

ارزیابی کارایی شبکه‌های بی‌زی در مدیریت کیفیت آب رودخانه: کاربرد سیستم نسبت - تجارت

رضا کراچیان^۲

محمد رضا نیکو^۱

(دریافت ۸۷/۲/۱ پذیرش ۸۷/۱۰/۱)

چکیده

مدیریت کیفی سیستم‌های رودخانه‌ای به‌عنوان یکی از مسائل پایه در تحلیل سیستم‌های منابع آب، در چند دهه گذشته مورد توجه محققان بوده است. علت اصلی این توجه را می‌توان ارزش اقتصادی حاصل از بهره‌برداری بهینه از ظرفیت پذیرش آلودگی این سیستم‌ها و کاهش هزینه‌های تصفیه، بیان کرد. در این مقاله، با توجه به جهت جریان یک طرفه آب در رودخانه، از سیستم نسبت - تجارت و شبکه‌های بی‌زی به منظور تهیه یک مدل مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی استفاده شده است. این سیستم با در نظر گرفتن میزان خود پالایی رودخانه و چگونگی پخش و انتقال آلاینده‌ها، نسبت - تجارت بین واحدها را تعیین می‌نماید و به کمک یک روش بهینه‌سازی، الگوی بهینه تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی را ارائه می‌دهد. در این مقاله از نتایج حاصل از سیستم نسبت - تجارت برای آموزش یک شبکه بی‌زی استفاده گردید. به این ترتیب با توجه به عدم قطعیت‌های موجود در سیستم رودخانه‌ای، از تلفیق تحلیل عدم قطعیت مونت کارلو، روش سیستم نسبت - تجارت و شبکه‌های بی‌زی، یک مدل جدید برای تجارت مجوز تخلیه آلاینده‌ها پیشنهاد شد که علاوه بر ارائه الگوی تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی، قابلیت ایجاد خروجی احتمالاتی و مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی را نیز داراست. کارایی مدل پیشنهادی با نتایج ارائه شده توسط مدل کلاسیک سیستم نسبت - تجارت مقایسه شد. نتایج حاصل حاکی از آن است که این مدل ابزاری کارآمد در مدیریت کیفی سیستم رودخانه‌ای به شمار می‌رود.

واژه‌های کلیدی: مدیریت کیفی رودخانه، مجوز تخلیه بار آلودگی، سیستم نسبت - تجارت، شبکه‌های بی‌زی، بهره‌برداری در زمان واقعی.

Evaluating the Efficiency of Bayesian Networks in River Quality Management: Application of the Trading-Ratio System

Mohammad Reza Nikoo¹

Reza Kerachian²

(Received April 20, 2008 Accepted Dec. 21, 2008)

Abstract

In recent decades, river quality management has received enormous attention by researchers as an important water resources management issue. The main reason for this is saving in wastewater treatment costs by optimal allocation of the assimilative capacity of the river system to dischargers. Regarding the unidirectionality of the river flow toward the lowest level, the Trading Ratio System (TRS) and Bayesian Networks are utilized in this paper to develop new, real-time operating policies for discharge permit trading in rivers. TRS is used in a Monte Carlo Analysis to provide the required data for training and validating a Bayesian Network (BN). The trained BN are then used for real time river water quality management to provide probability distribution functions of treatment levels and trading discharge permit policies. The methodology is successfully applied to a case study and its results are compared with those of the TRS. The comparisons show the usefulness of the methodology as a cost-effective and probabilistic decision-making tool in real-time river water quality management.

Keywords: River Water Quality Management, Discharge Permit, Trading Ratio System, Bayesian Networks, Real-time Operation.

1- Ph.D Student of Civil Engineering, University of Tehran

2- Assoc. Prof., and Member of Center of Excellence for Infrastructure Engineering and Management, Civil Engineering Dept., University of Tehran (Corresponding Author) (+98 21) 61112176 kerachian@ut.ac.ir

۱- دانشجوی دکترای مهندسی عمران - آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران

۲- دانشیار و عضو قطب علمی مهندسی و مدیریت زیرساختها، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران. (نویسنده مسئول) ۶۱۱۱۲۱۷۶ (۲۱) kerachian@ut.ac.ir

جدیدی را به نام نسبت-تجارت^{۱۳} برای تجارت مجوزهای تخلیه آلودگی آب توسعه دادند. سیستم ارائه شده این قابلیت را داشت که علاوه بر صرفه اقتصادی، استانداردهای زیست محیطی را نیز تأمین می نمود. خصوصیت مهم سیستم ارائه شده، تقسیم بندی منطقه ای و قابلیت تجارت آزادانه مجوزها بر اساس نسبت-تجارت بود. در آن مقاله، روش پیشنهادی در مقایسه با روشهای پیشنهاد شده قبلی، به عنوان روش برتر معرفی شده است [۵]. ان جی و ایهارت در سال ۲۰۰۵ با پیشنهاد یک مدل غیرقطعی، اثرات تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی را بر قابلیت اعتماد حفظ کیفیت آب رودخانه بررسی نمودند [۶]. مصباح و همکاران در سال ۲۰۰۷ با افزودن توابع هزینه فازی و با در نظر گرفتن عدم قطعیت های مهم موجود در رودخانه، یک روش جدید برای تجارت مجوزهای تخلیه بار آلودگی ارائه دادند. کارایی این روش در رودخانه زرچوب در استان گیلان مورد ارزیابی قرار گرفت [۷]. مصباح و همکاران در سال ۲۰۰۹ مدل جدیدی برای تجارت مجوزهای تخلیه بار آلودگی BOD در رودخانه ارائه دادند، به طوری که استاندارد کیفیت آب در رودخانه برای غلظت اکسیژن محلول رعایت شود. آنها همچنین نشان دادند می توان با آموزش یک شبکه بیزی^{۱۴}، میزان داد و ستد مجوز تخلیه بین تخلیه کنندگان را به دقت محاسبه نمود [۸].

شبکه های بیزی در سالهای اخیر در مهندسی آب و محیط زیست کاربردهای موفقی داشته اند. وریس^{۱۵} در سال ۱۹۹۸ از شبکه های بیزی در مسائل بهینه سازی چند هدفه استفاده نمود و توضیحاتی در مورد کاربرد آن در مدیریت منابع آب و محیط زیست ارائه کرد. وی در نهایت کارایی مدل خود را در قالب مثالی در زمینه مدیریت اقتصادی کیفی آب رودخانه نشان داد [۹]. پولاکیس^{۱۶} و همکاران در سال ۲۰۰۳ از شبکه های بیزی در کشف نشأت از شبکه توزیع آب استفاده کردند. مزیت مدل ارائه شده در این بود که خطاهای مدل سازی و عدم قطعیت های موجود و غیر قابل اجتناب را در نظر می گرفت. آنها بر اساس اطلاعات مربوط به داده های مشاهداتی، تخمینی از بیشترین احتمال رخداد نشأت (شامل بزرگی و موقعیت نشأت) و عدم قطعیت های موجود در چنین تخمینی را ارائه دادند [۱۰]. برساک^{۱۷} و همکاران در سال ۲۰۰۴ در مطالعه تغذیه گرایی مصب رودخانه ها از شبکه های بیزی استفاده کردند [۱۱]. کاستلتی^{۱۸} و سونسینی سسا^{۱۹} از شبکه های بیزی

یکی از روشهای مؤثر در زمینه مدیریت کیفی رودخانه که با رویکرد اقتصادی به آن پرداخته می شود، برنامه های تجارت مجوز قابل انتقال^۱ تخلیه بار آلودگی است. ایده اصلی این نوع برنامه های تجارت بار آلودگی، به سال ۱۹۶۸ باز می گردد؛ یعنی زمانی که اولین بار بحث حق آلودگی^۲ توسط دالس^۳ مطرح شد. با این ایده، مجوز تخلیه فاضلاب مانند کالا، قابل خرید و فروش می گردید [۱]. پس از ورود این مباحث به روشهای کنترل آلودگی، روشهایی که صرفاً بر اساس حداقل کردن هزینه تصفیه بودند، دچار تغییر شد و با توجه به قابلیت نقل و انتقال و خرید و فروش مجوزهای تخلیه، رویکردهای جدیدی به وجود آمد. این رویکرد در هر دو حوزه آب و هوا، با پیشرفتهای چشمگیری مواجه بوده است. ایهارت^۴ در سال ۱۹۸۰ از روش تجارت مجوزهای تخلیه انتقال پذیر، برای کنترل مقادیر اکسیژن مورد نیاز بیوشیمیایی^۵ در رودخانه ها استفاده نمود و نتایج به دست آمده را با استراتژی های حداقل تصفیه یکنواخت، مقایسه کرد. وی مسئله طراحی یک سیستم مجوز تخلیه قابل انتقال^۶ را به عنوان یک مسئله بهینه سازی چند هدفه در نظر گرفت که شامل اهداف حداقل کردن هزینه ها، سادگی کاربرد، تساوی حقوق تخلیه کنندگان و اطمینان از حفظ استانداردهای محیط زیستی بود [۲].

بریل^۷ و همکاران در سال ۱۹۸۴ تغییرات کیفیت آب در طول رودخانه را تحت برنامه های مجوز تخلیه قابل انتقال بررسی نمودند. در این مقاله BOD به عنوان شاخصی از آلودگی های آب که علاوه بر زوال بیوشیمیایی، محل و مقدار تخلیه آن نیز بر کیفیت آب تأثیرگذار است، تحت اعمال دو نوع برنامه مجوز تخلیه انتقال پذیر، ارزیابی شد. همچنین منحنی های تعامل^۸ بین اهداف نیز ارائه شد [۳]. ایهارت و ان جی^۹ در سال ۲۰۰۴ نقش تجارت مجوزهای تخلیه فاضلاب را در تعیین مجموع حداکثر بار روزانه^{۱۰} بررسی کردند و به کمک استدلالهای نظری به این نتیجه رسیدند که تجارت مجوزها می تواند به عنوان یک ابزار مهم در طراحی برنامه TMDL، برای دستیابی به تعادل مطلوب میان کارایی اقتصادی و کیفیت آب مورد استفاده قرار گیرد [۴]. هونگ^{۱۱} و شو^{۱۲} در سال ۲۰۰۵ سیستم

¹ Transferable/Tradable Discharge Permit (TDP)

² Pollution Right

³ Dales

⁴ Eheart

⁵ Biochemical Oxygen Demand (BOD)

⁶ Tradable Discharge Permit (TDP)

⁷ Brill

⁸ Trade-off

⁹ Ng

¹⁰ Total Maximum Daily Load (TMDL)

¹¹ Hung

¹² Shaw

¹³ Trading-Ratio System (TRS)

¹⁴ Bayesian Network

¹⁵ Varis

¹⁶ Poulakis

¹⁷ Borsuk

¹⁸ Castelletti

¹⁹ Soncini-Sessa

به منظور ارائه الگویی برای تأمین هم‌زمان هدف مدیریت در زمان واقعی^۱ و اهداف اقتصادی-اجتماعی استفاده کردند [۱۲].

در این مقاله، برای نخستین بار مدل معروف TRS با شبکه‌های بیزی ترکیب شد، به صورتی که مدل حاصل علاوه بر تحلیل عدم قطعیتها و ارائه خروجی‌های احتمالاتی برای مدل TRS، تصمیم‌گیرنده را قادر می‌سازد بر اساس این روش تجارت بار آلودگی، به مدیریت کیفی رودخانه و تخمین نحوه تجارت مجوزهای تخلیه بار آلودگی در زمان واقعی بپردازد.

۲- مدل نسبت- تجارت

در سیستم رودخانه‌ای چون جریان آب یک‌جهته است، برای کنترل منابع آلاینده و مدیریت کیفی رودخانه می‌توان از سیستم نسبت- تجارت که توسط هونگ و شو در سال ۲۰۰۵ ارائه شد، استفاده نمود [۵]. این سیستم با در نظر گرفتن میزان خودپالایی رودخانه و چگونگی پخش و انتقال آلاینده، نسبت- تجارت بین واحدها را تعیین می‌نماید و به کمک روشهای بهینه‌سازی، الگوی بهینه تجارت را ارائه می‌دهد. سیستم TRS سه ویژگی بارز دارد که عبارت‌اند از: ۱- ظرفیت پذیرش بار آلودگی هر ناحیه با در نظر گرفتن بار انتقالی از نواحی بالادست محاسبه می‌گردد؛ ۲- ضرایب تجارت بین نواحی با توجه به ضرایب انتقال، تعیین می‌گردند؛ ۳- تجارت مجوز تخلیه بین واحدها علاوه بر اینکه استانداردهای زیست‌محیطی را ارضا می‌کند، هزینه کل سیستم را نیز حداقل می‌نماید.

در سیستم نسبت- تجارت لازم است رودخانه را به چند بازه تقسیم نمود که اولین بازه، بازه‌ای است که در بالادست قرار دارد. مراحل سیستم نسبت- تجارت در ادامه شرح داده شده است [۵]. سازمان مسئول حفاظت محیط‌زیست، بعد از تعیین متغیر یا متغیرهای کیفی شاخص، ظرفیت پذیرش هر بازه (E_j) را بر اساس استاندارد کیفیت آب در مورد آن متغیر (ها) و با توجه به کاربری عمده آن بازه، مشخص می‌کند. ظرفیت پذیرش بار آلودگی رودخانه در هر بازه برابر با حداکثر مقدار بار آلودگی است که می‌توان در ابتدای بازه تخلیه نمود مشروط بر این که کیفیت آب در طول بازه از استاندارد تخطی ننماید.

سازمان مسئول محیط زیست مقدار مجاز تخلیه در هر بازه (\bar{T}_j) را به ترتیب از بالادست به پایین دست تعیین می‌نماید. اختصاص این مقادیر با توجه به ظرفیت پذیرش بار آلودگی بازه مورد نظر و میزان انتقال آلودگی از نواحی بالادست مشخص می‌گردد. رابطه ۱ نحوه محاسبه \bar{T}_j را نشان می‌دهد [۵].

$$\bar{T}_j = E_j - \sum_{k=1}^{j-1} t_{kj} \bar{T}_k \quad (1)$$

که در رابطه فوق t_{kj} بیانگر نسبت- تجارت در انتقال از بازه k به بازه j و ضریب t_{kj} نمایانگر مقدار افزایش بار آلودگی ورودی به بازه j است که در اثر افزایش یک واحد بار آلودگی تخلیه شده در بازه k ، ایجاد می‌شود. چنانچه در بازه j مقدار $E_{j-1} t_{(j-1)j}$ از E_j بزرگ‌تر باشد، این بازه، بازه بحرانی نام می‌گیرد. در این صورت برای تعیین مقدار \bar{T}_{j-1} از رابطه ۲ استفاده می‌گردد

$$\bar{T}_{j-1} = \frac{E_j}{t_{(j-1)j}} - \sum_{k=1}^{j-2} t_{kj} \bar{T}_k \quad (2)$$

سازمان مسئول محیط زیست با توجه به مقدار مجاز تخلیه در بازه، مقدار مجاز تخلیه برای هر واحد را تعیین می‌نماید. توصیه می‌شود در هر بازه، تنها یک تخلیه‌کننده وجود داشته باشد ولی در صورتی که بیش از یک واحد در بازه وجود داشته باشد، فرض شده که مقدار مجاز تخلیه در آن بازه بین واحدها به‌طور مساوی تقسیم می‌گردد.

سازمان مسئول محیط زیست، مقادیر نسبت- تجارت از بازه k به بازه j یعنی t_{kj} را تعیین می‌کند. در مدل نسبت- تجارت، میزان تغییر غلظت یک آلاینده در مسیر رودخانه، با استفاده از ضریب نسبت- تجارت محاسبه می‌شود. این ضریب با استفاده از یک مدل شبیه‌سازی کیفیت آب محاسبه می‌شود. در مدل شبیه‌سازی کیفیت آب، امکان در نظر گرفتن ضرایب زوال آلاینده‌ها به صورت خطی و غیرخطی و همچنین چندپارامتره یا تک پارامتره وجود دارد.

واحدها، تجارت را بر طبق ضرایب تجارت انجام می‌دهند. این خرید و فروش باید طوری باشد که کیفیت آب در نقاط کنترل بعد از انجام تجارت منطبق با استانداردهای از پیش تعیین شده باشد. مقدار بار خروجی هر واحد تخلیه‌کننده با در نظر گرفتن مقادیر تجارت شده از روابط ۳ و ۴ به دست می‌آید [۵]

$$e_i \leq \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} T_{ki} - \sum_{k>i} T_{ik} + \bar{T}_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

$$T_{ik}, T_{ki} \geq 0. \quad (4)$$

که در این روابط

e_j مقدار بار آلودگی خروجی واحد تخلیه‌کننده i بعد از انجام تجارت، عبارت اول سمت راست در رابطه ۳ بیان‌کننده مقدار مجوز تخلیه بار آلودگی خریداری شده توسط واحد تخلیه‌کننده i بر طبق نسبت‌های تجارت، T_{ki} مقدار مجوز تخلیه بار آلودگی است که واحد تخلیه‌کننده i از واحد تخلیه‌کننده k خریداری می‌کند. عبارت دوم سمت راست در رابطه ۳ مقداری از مجوز تخلیه بار آلودگی است که واحد تخلیه‌کننده i به سایر واحدها می‌فروشد و T_{ik} مقدار بار

¹ Real Time

آلودگی است که واحد تخلیه‌کننده i به واحد تخلیه‌کننده k می‌فروشد. لازم به ذکر است که واحدهای بالادست نمی‌توانند از واحدهای پایین‌دست بار آلودگی خریداری کنند زیرا نسبت تجارت t_{ik} در مواردی که i از k بزرگ‌تر است، برابر با صفر می‌باشد. تابع هدف در مدل بهینه‌سازی، هزینه لازم برای کاهش بار آلودگی در سیستم را حداقل می‌نماید. جزئیات روابط بهینه‌سازی به شرح زیر است:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n c_i (e_i^0 - e_i) \quad (5)$$

محدودیتها

$$e_i - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} T_{ki} + \sum_{k>i}^n T_{ik} \leq \bar{T}_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

$$T_{ik}, T_{ki} \geq 0. \quad (7)$$

$$e_i \in [0, e_i^0]. \quad (8)$$

که در این روابط

c_i هزینه کاهش بار آلودگی برای واحد تخلیه‌کننده i و e_i^0 بار آلودگی اولیه واحد تخلیه‌کننده i است.

همان‌طور که اشاره شد در این مقاله مدل بهینه‌سازی فوق برای تدوین قوانین مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی، با شبکه‌های بیزی تلفیق می‌شود.

۳- شبکه‌های بیزی

تاکنون بحثهای زیادی در مورد بهترین روشی که بتواند عدم قطعیتها را مدل کند، صورت پذیرفته است. اغلب روشهای پیشنهاد شده در این زمینه مبتنی بر تئوری احتمالات و منطق فازی هستند. از بین این دو روش نیز، روش احتمالاتی از اساس تئوری قوی‌تری برخوردار است. یکی از جدیدترین روشهای احتمالاتی، شبکه‌های بیزی هستند. شبکه‌های بیزی در واقع یک نوع خاص از مدل‌های گرافیکی هستند که نماینده ساختار وابستگی بین چندین متغیر اثرگذار بر هم می‌باشند. به طور کلی، شبکه‌های بیزی برای حالاتی مفیداند که وضعیت فعلی سیستم به وضعیت قبلی آن بستگی دارد. بنابراین می‌توان از شبکه‌های احتمالاتی برای تصمیم‌گیری و استدلال در شرایط عدم قطعیت استفاده کرد. به عبارت دیگر، شبکه‌های بیزی ساختارهایی محاسباتی هستند که توسط آنها توزیع احتمالاتی پیوسته توأم مجموعه‌ای از متغیرهای مربوط به هم از طریق داده‌های مشاهداتی استنباط می‌گردند. در شبکه‌های بیزی،

یک گراف، متشکل از مجموعه گره‌ها (که نماینده متغیرهای تصادفی گسسته‌سازی شده هستند) و کمان‌های ارتباطی است. به دو گره (متغیر) که توسط یک کمان ارتباطی به هم متصل شده‌اند یک لبه^۱ می‌گویند. برای هر دو متغیر که ارتباط سببی، بین آنها وجود دارد، لبه به صورت یک خط جهت دار است که متغیر تأثیرگذار (مسبب) را به متغیر تأثیرپذیر متصل می‌کند. توزیع احتمالاتی توأم یک مجموعه از متغیرها با فرض مستقل بودن آنها، از حاصل ضرب توزیع احتمالاتی شرطی آنها به دست می‌آید

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \pi(x_i)) \quad (9)$$

که در آن

x_i ، i امین مقدار متغیر تصادفی، $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ احتمال توأم مقادیر (x_1, x_2, \dots, x_n) و $\pi(x_i)$ ارزش کمی (مقادیر کمی) مجموعه علل x_i است. برای مثال، اگر متغیر B وابسته به A و متغیر C وابسته به A و B باشد و احتمالات A ، B و C به ترتیب با a ، b و c نشان داده شوند، رابطه 10 برقرار است

$$P(a, b, c) = P(a) \times P(b|a) \times P(c|a, b) \quad (10)$$

مکانیسم محاسبات در شبکه‌های بیزی بر مبنای تئوری بیز است. قانون مورد استفاده به منظور به روز کردن گمان ما در مورد رخداد واقعه e ، با فرض اینکه h واکنش مربوط به رخداد e باشد، به صورت رابطه 11 است [۱۲]

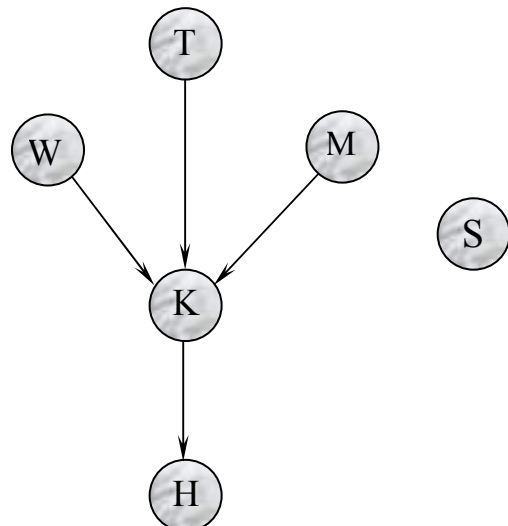
$$P(h|e) = \frac{P(e|h) \times P(h)}{P(e)} \quad (11)$$

برای فهم بهتر شبکه‌های بیزی در این قسمت یک مثال ساده ارائه می‌شود. شکل ۱ نشان‌دهنده یک مثال بسیار ساده از یک شبکه بیزی است که تأثیر پیاده‌روی روی سلامتی انسان را مدل می‌کند. متغیرهای این مدل عبارت‌اند از: پیاده‌روی (K)، نوع مسیر حرکت (T)، وضعیت روحی و روانی (M)، آب و هوا (W)، قد فرد (S) و وضع سلامتی (H). به منظور ساده‌سازی، در این مدل فرض شده که تمامی متغیرها باینری یعنی فقط دارای دو وضعیت هستند. برای مثال متغیر K (پیاده‌روی) دارای دو وضعیت K و \bar{K} است که به ترتیب نماینده پیاده‌روی و عدم پیاده‌روی‌اند. کمان جهت‌دار متصل شده بین K و W نشان‌دهنده این است که شرایط آب و هوایی بر روی احتمال^۲ رفتن فرد به پیاده‌روی تأثیرگذار است. به همین نحو، کمان برقرار شده از K تا H نمایانگر این است که پیاده‌روی بر سلامتی فرد مؤثر است.

عدم وجود کمان جهت دار نیز یک راه بیان اطلاعات است که بر استقلال و عدم وابستگی تأکید می‌کند. برای مثال، عدم وجود

¹ Edge
² Likelihood

بین متغیرهایی است که رابطه علت و معلولی دارند. به عبارت دیگر، این مرحله تعیین کننده موقعیت کمان‌ها در شبکه است. الگوریتم یادگیری ساختار شبکه بیزی بر مبنای انجام آزمون وابستگی صورت می‌پذیرد. آماره این آزمون با فرض وجود استقلال شرطی محاسبه می‌شود. در صورتی که آماره آزمون برای فرض استقلال داده شده بزرگ باشد، فرض مستقل بودن رد می‌گردد و در غیر این صورت پذیرفته می‌شود. احتمال رد کردن یک فرض استقلال درست را با سطح معنی‌داری^۳ نشان می‌دهند. به طور کلی، سطح معنی‌داری بالاتر، موجب برقراری اتصالات^۴ بیشتری به هنگام تشخیص ساختار شبکه می‌شود. مشخص است که کاهش سطح معنی‌داری، معمولاً زمان اجرای الگوریتم یادگیری ساختار شبکه بیزی را افزایش می‌دهد.



شکل ۱- مثالی ساده از شبکه بیزی

یادگیری پارامترها به معنی تخمین احتمالات شرطی بین هر دو گره، با داشتن ساختار شبکه و داده‌های لازم، امکان‌پذیر است. در فرایند یادگیری پارامترها، در ابتدا یک توزیع پیشین یکنواخت به پارامترهای نامعلوم تخصیص داده می‌شود. سپس مقادیر نهایی پارامترهای مجهول (احتمالات) به روش حداکثرسازی درستنمایی^۵ به دست می‌آیند.

به منظور یادگیری پارامترهای مدل، از الگوریتم‌هایی نظیر کاهش گرادیان و حداکثرسازی تخمین^۶ استفاده می‌شود. یادگیری توسط روش EM، در واقع یادگیری احتمالات شرطی برای متغیرها از طریق داده‌هاست. روش EM یک فرایند تکراری است که در هر تکرار، احتمالات شرطی تخمین زده شده، بهبود می‌یابند. می‌توان از طریق دو پارامتر حد همگرایی و حداکثر تعداد تکرار، تا اندازه‌ای بر فرایند یادگیری احاطه داشت.

۵- ساختار مدل پیشنهادی

همان‌طور که اشاره شد در این مقاله یک ساختار جدید برای تلفیق شبکه‌های بیزی با مدل تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی TRS ارائه می‌شود. در مرحله اول باید متغیرهای ورودی و خروجی مدل بیزی تعیین گردند. متغیرهای ورودی به مدل شامل بار آلودگی هر منبع آلودگی i در سیستم (P_i) و ظرفیت پذیرش بار آلودگی در هر بازه i در طول رودخانه (E_i) هستند. متغیرهای خروجی شبکه نیز مقادیر تجارت بار آلودگی بین تخلیه‌کنندگان بار آلودگی i و j یعنی T_{ij} و مقدار بار آلودگی خروجی پس از تجارت برای هر تخلیه‌کننده i یعنی e_i می‌باشند. پس از تعیین متغیرها، لازم است توابع توزیع متغیرهای ورودی به شبکه تعیین گردند. این کار با توجه به عدم

کمان‌های جهت‌دار بین گره‌های W, T, M و گره H نشان‌دهنده این است که شرایط آب و هوایی W ، وضعیت روحی فرد M و نوع مسیر T تنها به صورت غیرمستقیم و توسط متغیر دیگری به نام پیاده‌روی K است که بر سلامتی فرد تأثیر می‌گذارد. به عبارت دیگر، با معلوم بودن K ، متغیر H مستقل از متغیرهای W, T, M است. این جمله به فرم ریاضی زیر نوشته می‌شود

$$P(H | K) = P(H | K, W) = P(H | K, T) = P(H | K, M) = P(H | K, W, T, M) \quad (12)$$

همچنین عدم اتصال گره T به گره W به این معنی است که نوع مسیر حرکت بر شرایط آب و هوایی تأثیر مستقیمی نخواهد داشت. و همچنین عدم وجود کمان جهت‌دار بین متغیر قد (S) و بقیه متغیرها نشان‌دهنده این است که متغیر S مستقل از دیگر متغیرها است. در حقیقت، متغیر S به صورت کاملاً بی‌ربط و خارج از موضوع پیاده‌روی و فقط به منظور توضیح ارتباطات ممکن بین گره‌ها در مدل شبکه بیزی، به مدل اضافه شده است. این عدم وابستگی‌ها به فرم ریاضی زیر نوشته می‌شود [۱۳]

$$P(W, T, M, S, K, H) = P(W)P(T)P(M)P(S)P(K | W, T, M)P(H | K) \quad (13)$$

۴- آموزش شبکه‌های بیزی

فرایند یادگیری شبکه‌های بیزی شامل دو قسمت است: یادگیری ساختار^۱ و یادگیری پارامترها^۲. یادگیری ساختار به معنی تعیین متغیرهای وابسته، متغیرهای مستقل و پیشنهاد ارتباط‌های سببی

³ Level of Significance

⁴ Link

⁵ Maximize Likelihood

⁶ Estimation-Maximization (EM)

¹ Structure Learning
² Parameter Learning

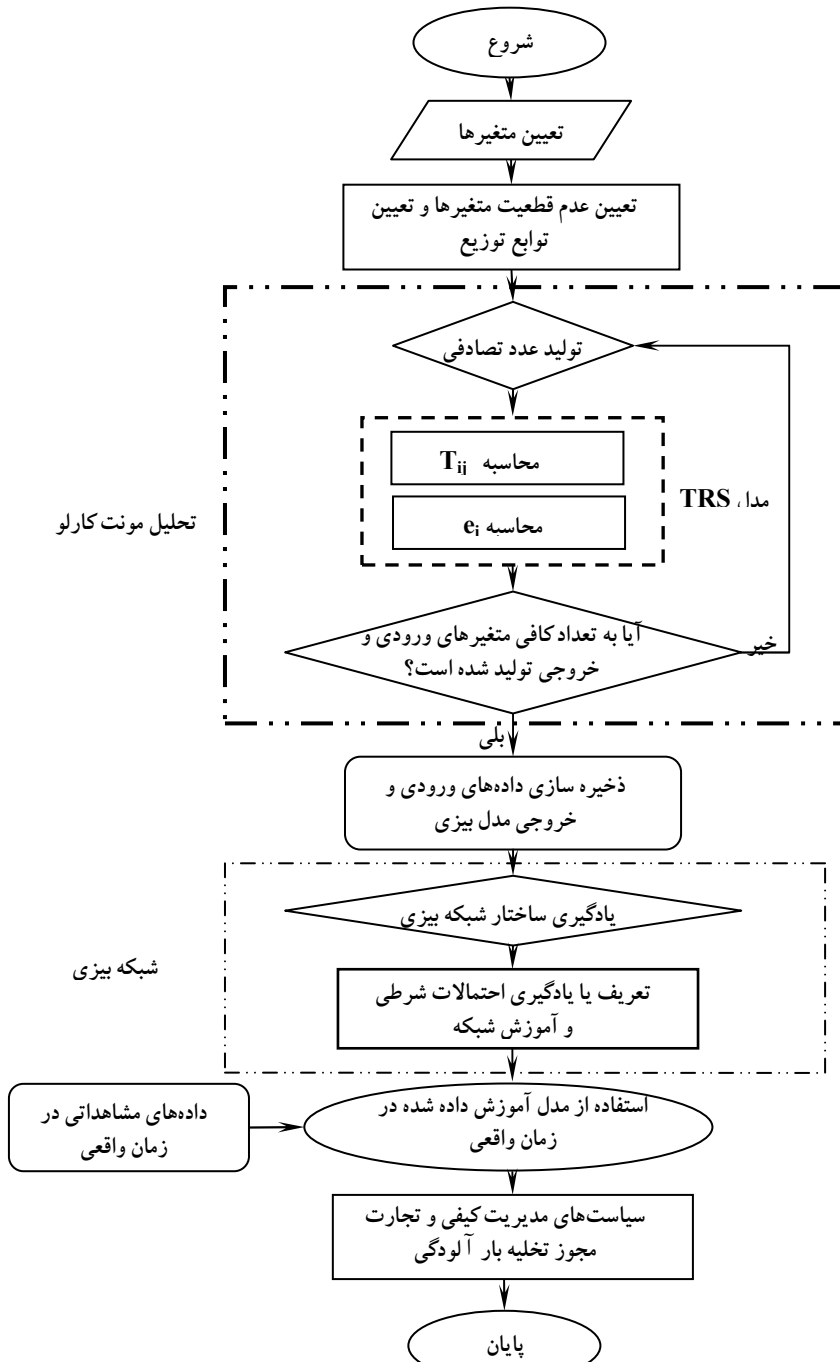
قطعیتهای موجود در متغیرهای ورودی صورت می پذیرد.

در این مدل، نیازی به تعیین توابع توزیع متغیرهای خروجی نیست و این توابع با توجه به خروجی مدل TRS، تعیین می گردند. شکل ۲ ساختار کلی مدل پیشنهادی را نشان می دهد. این ساختار، بعد از تعیین متغیرهای ورودی و توابع توزیع آنها، وارد قسمت تحلیل مونت کارلو^۱ می شود. مراحل اعمال شده در این تحلیل به

این صورت است که ابتدا اعداد تصادفی متغیرهای ورودی با توجه به توابع توزیع احتمالاتی در نظر گرفته شده برای آنها، تولید می گردند و آنگاه اعدادی نظیر متغیرهای ورودی، وارد مدل TRS شده و در نتیجه مقادیر متغیرهای خروجی شبکه T_{ij} و e_i توسط مدل به دست می آیند.

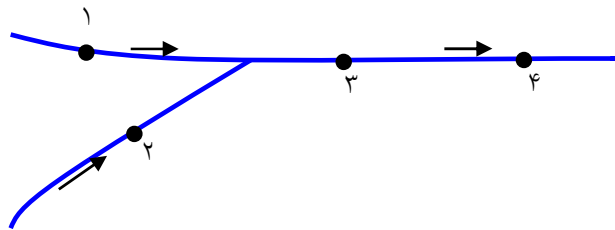
توابع توزیع متغیرهای ورودی و خروجی حاصل از تحلیل

^۱ Monte Carlo



شکل ۲- فلوچارت مدل پیشنهادی

● واحد تخلیه کننده
 → جهت جریان رودخانه



شکل ۳- موقعیت واحدهای تخلیه کننده بار آلودگی

صورت اتصالات جهت دار نشان داده شده است. در شبکه ارائه شده، ورودی شبکه، مقادیر متغیرهای ورودی P_i ($i = 1, \dots, 4$) و در گره‌های خروجی مدل، متغیرهای خروجی حاصل از مدل TRS قرار داده می‌شوند. در مرحله بعد با توجه به ساختار تعیین شده برای شبکه بیزی و متغیرهای جای داده شده در گره‌های ورودی و خروجی، آموزش شبکه به روش کاهش گرادیان صورت می‌پذیرد و مقادیر احتمالات شرطی شبکه بیزی تعیین می‌گردند. در نهایت، پس از انجام مراحل فوق و آموزش شبکه بیزی، می‌توان از آن در مدیریت کیفی در زمان واقعی استفاده نمود.

برای استفاده از مدل شبکه بیزی آموزش داده شده در مدیریت کیفی رودخانه و تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی در زمان واقعی، ابتدا لازم است وضعیت وجود اطلاعات مشاهداتی مربوط به متغیرهای ورودی بررسی شود. در صورتی که از برخی از متغیرهای ورودی، مشاهدات دقیق وجود داشته باشد، از این مشاهدات به عنوان ورودی مدل استفاده می‌شود. برای دیگر متغیرها ورودی، تنها از توابع توزیع چگالی احتمال آنها استفاده می‌گردد. این قابلیت شبکه‌های بیزی، کاربرد آن را در شرایط واقعی بهبود می‌بخشد. زیرا در وضعیتهای واقعی، در بسیاری از حالات، مقادیر اندازه‌گیری شده بسیاری از متغیرهای ورودی وجود ندارد.

برای استفاده از مدل شبکه بیزی آموزش داده شده در مدیریت کیفی رودخانه و تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی در زمان واقعی، ابتدا لازم است وضعیت وجود اطلاعات مشاهداتی مربوط به متغیرهای ورودی بررسی شود. در صورتی که از برخی از متغیرهای ورودی، مشاهدات دقیق وجود داشته باشد، از این مشاهدات به عنوان ورودی مدل استفاده می‌شود. برای دیگر متغیرها ورودی، تنها از توابع توزیع چگالی احتمال آنها استفاده می‌گردد. این قابلیت شبکه‌های بیزی، کاربرد آن را در شرایط واقعی بهبود می‌بخشد. زیرا در وضعیتهای واقعی، در بسیاری از حالات، مقادیر اندازه‌گیری شده بسیاری از متغیرهای ورودی وجود ندارد.

میانگین و انحراف معیار توابع توزیع چگالی احتمال در نظر گرفته شده برای متغیرهای ورودی، در جدول ۱ ارائه شده است. تمام توزیعهای چگالی احتمال متغیرهای تصادفی در تحقیق حاضر، نرمال فرض شده‌اند. تابع هزینه‌ای که در این مدل به کار گرفته شد در روابط ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است. که در این روابط مقادیر e_i و e_0 برحسب کیلوگرم است

و e_0 برحسب کیلوگرم است

$$c_i = 50 + 0.5 \times (e_0 - e_i) + \alpha_i \times (e_0 - e_i)^2 \quad (14)$$

ضرایب α_i برای تخلیه کننده‌ها به صورت رابطه زیر است

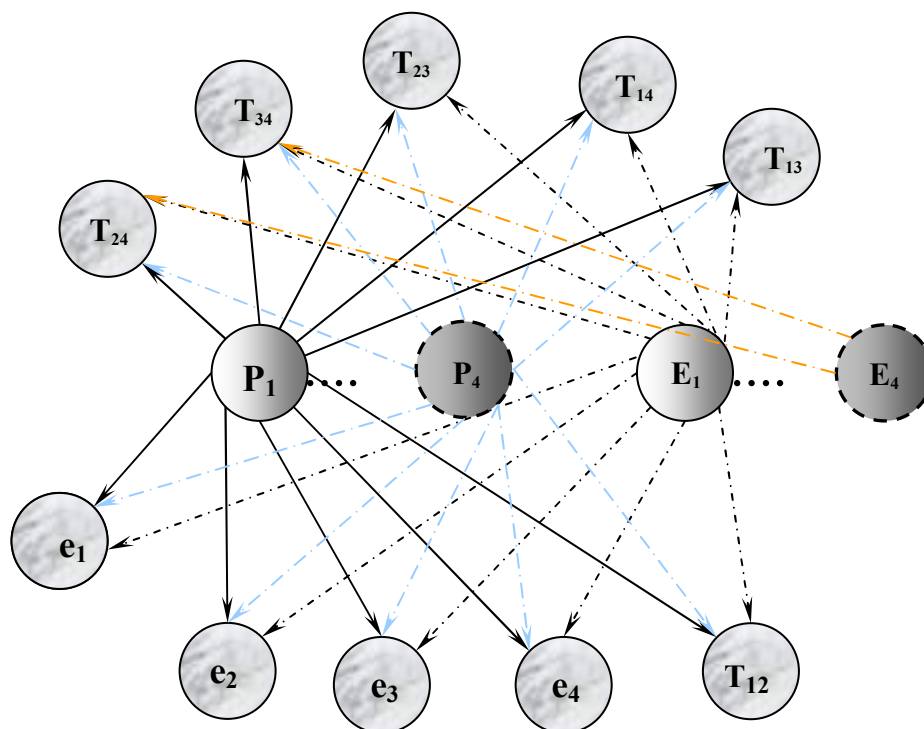
$$\alpha_i = (0.01, 0.02, 0.03, 0.04) \quad (15)$$

طبق این رابطه کمترین هزینه تصفیه، مربوط به واحد یک و بیشترین آن مربوط به واحد چهار است. با توجه به روابط هزینه مشخص می‌شود که واحدهای یک و دو تمایل به فروش مجوز تخلیه آلاینده خود و واحدهای سه و چهار تمایل به خرید مجوز دارند. در مدل نسبت-تجارت، ظرفیت پذیرش هر بازه با توجه به مقدار استاندارد کیفیت آب رودخانه در آن بازه محاسبه می‌گردد که مقادیر آن در این مورد مطالعاتی برای بازه‌های یک تا چهار به ترتیب برابر با ۸۰، ۸۰، ۱۴۰ و ۱۰۰ تن است. جدول ۱ همچنین بار آلودگی واحدهای تخلیه کننده را نیز نشان می‌دهد.

برای استفاده از مدل شبکه بیزی آموزش داده شده در مدیریت کیفی رودخانه و تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی در زمان واقعی، ابتدا لازم است وضعیت وجود اطلاعات مشاهداتی مربوط به متغیرهای ورودی بررسی شود. در صورتی که از برخی از متغیرهای ورودی، مشاهدات دقیق وجود داشته باشد، از این مشاهدات به عنوان ورودی مدل استفاده می‌شود. برای دیگر متغیرها ورودی، تنها از توابع توزیع چگالی احتمال آنها استفاده می‌گردد. این قابلیت شبکه‌های بیزی، کاربرد آن را در شرایط واقعی بهبود می‌بخشد. زیرا در وضعیتهای واقعی، در بسیاری از حالات، مقادیر اندازه‌گیری شده بسیاری از متغیرهای ورودی وجود ندارد.

۶- مطالعه موردی

در این مقاله به منظور ارزیابی مدل پیشنهادی و مقایسه جوابهای داده شده نسبت به مدل TRS ارائه شده توسط هونگ و شو در سال ۲۰۰۵، از مشخصات و داده‌های رودخانه که توسط آنها بررسی شده بود، استفاده گردید. این رودخانه شامل چهار بازه است و در هر بازه تنها یک واحد تخلیه کننده وجود دارد که در ابتدای آن بازه واقع شده است (شکل ۳). ساختار شبکه بیزی پیشنهادی به منظور مدیریت به هنگام تجارت بار آلودگی برای این مثال، با چهار بازه که در هر بازه یک تخلیه کننده وجود دارد در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل، متغیرهای مورد نظر به صورت گره و ارتباطات سببی به



شکل ۴- ساختار شبکه بیزی پیشنهادی برای تخصیص بهینه مجوز تخلیه بار آلودگی در رودخانه

در جدول ۲ ارائه شده است. در مدل TRS از الگوریتم ژنتیک^۱ به منظور بهینه‌سازی استفاده شده است. مدل GA در محیط مطلب^۲ نوشته شده است. با اجرای متوالی مدل در فرایند مونت کارلو، می‌توان توابع توزیع چگالی احتمال خروجی‌های مدل را به دست آورد. زمان اجرای مدل، در هر بار اجرای آن در حدود ۵ ثانیه است و این مدل بهینه‌سازی ۲۰۰ بار اجرا می‌شود.

جدول ۲- ماتریس نسبت- تجارت [۳]

	۴	۳	۲	۱	j
k	۰/۳۲	۰/۴	۰	۱	۱
۰/۴۸	۰/۶	۱	۰	۲	
۰/۸	۱	۰	۰	۳	
۱	۰	۰	۰	۴	

برای ورود اطلاعات به شبکه بیزی و آموزش آن، به سری اطلاعات P_i و E_i به عنوان ورودی به مدل و سری اطلاعات T_{ij} ، e_i به عنوان خروجی مدل نیاز داریم. علاوه بر سری اطلاعات، می‌توان از توابع توزیع چگالی احتمال ورودی‌ها و خروجی‌ها به عنوان

جدول ۱- مشخصات بارهای ورودی اولیه واحدها

شماره تخلیه کننده	بار آلودگی اولیه واحدها (کیلوگرم)		ظرفیت پذیرش بازه (کیلوگرم)	
	انحراف معیار	میانگین	انحراف معیار	میانگین
۱	۲۰	۱۰۰	۲۰	۸۰
۲	۲۰	۶۰	۲۰	۸۰
۳	۲۰	۱۰۰	۲۰	۱۴۰
۴	۱۰	۳۰	۱۰	۱۰۰

۷- نتایج و بحث

قبل از بسط مدل غیرقطعی، صحت نتایج مدل قطعی تهیه شده برای تجارت بار آلودگی، با نتایج مدل هونگ و شو در سال ۲۰۰۵ مقایسه شد. یکسان بودن نتایج مدل‌ها نشان‌دهنده صحت محاسبات در بخش بهینه‌سازی تجارت بار آلودگی به صورت قطعی است. برای مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با نتایج مقاله هونگ و شو در سال ۲۰۰۵، از مقادیر P_i و E_j به عنوان مقادیر متوسط ورودی‌های مدل که دارای توزیع نرمال هستند استفاده شد. در سیستم رودخانه‌ای با استفاده از مدل شبیه‌سازی کیفی، ماتریس نسبت- تجارت محاسبه می‌گردد. مقادیر درایه‌های ماتریس نسبت- تجارت

¹ Genetic Algorithm (GA)

² MATLAB

اطلاعات اولیه مدل استفاده کرد. مقادیر e_i و T_{ij} توسط مدل بهینه‌سازی TRS، به ازای ورودی‌های مختلف P_i و E_i به دست می‌آیند. به عنوان مثال نتایج خروجی مدل بهینه‌سازی به ازای ده سری ورودی P_i و E_i در جدول ۳ ارائه شده است.

نتایج تحلیل حساسیت صورت پذیرفته بر روی توابع توزیعی احتمالی در نظر گرفته شده برای پارامترهای بار آلودگی اولیه P_i و ظرفیت پذیرش آلودگی E_i نشان داد که با تغییر در پارامترهای توزیعی احتمالی P_i با وجود تغییر در مقدار هزینه کل، مقادیر نسبت-تجارت و بار آلودگی مجاز برای تخلیه بعد از تجارت، به میزان کمی تغییر می‌کند. دلیل این امر، نوع تابع هزینه در نظر گرفته شده توسط هونگ و شو در سال ۲۰۰۵ برای منابع آلاینده رودخانه است که موجب شده با تغییر بار آلودگی، مقدار هزینه که عامل بسیار تأثیرگذاری بر روی مقادیر نسبت-تجارت و مبادلات تخلیه‌کننده‌ها می‌باشد، تغییر چندانی نکند. اما با تغییر توابع توزیع پارامتر E_i ، تغییر قابل توجهی در مقادیر نسبت-تجارت و تخلیه‌های مجاز بعد از تجارت و نیز هزینه‌ها رخ خواهد داد.

برای آموزش شبکه بیزی به روش کاهش گرادینان از نرم‌افزار نتیسا^۱ که توسط شرکت نورسیس^۲ در سال ۲۰۰۲ توسعه داده شد، استفاده گردید. با استفاده از شبکه بیزی تهیه شده، تصمیم‌گیر

می‌تواند تنها با ورود برخی از متغیرهای ورودی اندازه‌گیری شده، امید ریاضی مقادیر بار آلودگی و میزان تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی بین تخلیه‌کنندگان را محاسبه نماید. بنابراین بر اساس مدل پیشنهادی علاوه بر امکان در نظر گرفتن عدم قطعیتها در متغیرهای ورودی، اندازه‌گیری کلیه متغیرهای ورودی به‌هنگام مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی، ضروری نیست.

به‌منظور صحت‌سنجی شبکه بیزی، از شبکه آموزش داده شده برای تعیین خروجی‌ها به ازای ۵۰ سری داده ورودی دیگر که در آموزش مورد استفاده قرار نگرفتند، استفاده شد. به‌عنوان نمونه، در شکل ۵ نتایج صحت‌سنجی مدل به ازای این ۵۰ سری داده ورودی، برای متغیر e_1 (بار آلودگی نهایی منبع آلودگی ۱) نشان داده شده است. نتایج صحت‌سنجی نشان‌دهنده کارایی مناسب شبکه بیزی آموزش داده شده است.

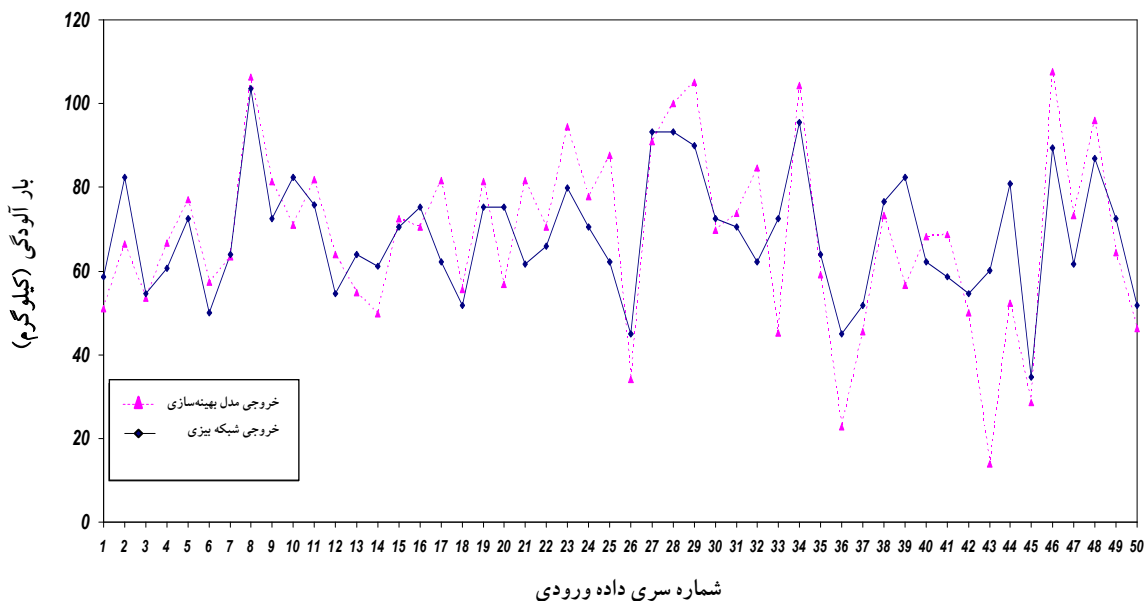
از مدل آموزش داده شده به‌راحتی می‌توان در مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی استفاده نمود. به عنوان مثال، در صورتی که در یک روز تنها مقادیر اندازه‌گیری شده از P_1 ، P_3 و E_1 موجود باشند، تخمین احتمالاتی از مقادیر بار آلودگی مجاز تخلیه‌کنندگان به‌صورت توابع توزیع چگالی احتمال توسط شبکه بیزی آموزش داده شده، محاسبه و ارائه می‌شود.

¹ Netica®
² Norsys

جدول ۳- نمونه‌ای از نمونه داده‌های ورودی و خروجی شبکه بیزی

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
ورودی‌های مدل	P_1	۹۱/۳	۶۶/۷	۱۰۲/۵	۱۰۵/۸	۷۷/۱	۱۲۳/۸	۹۹/۲	۱۰۶/۵	۹۶/۳
	P_2	۷۴/۳	۹۲/۰	۱۸/۷	۴۵/۱	۶۳/۵	۷۰/۶	۶۶/۰	۳۵/۵	۵۴/۰
	P_3	۸۷/۹	۸۰/۱	۱۲۳/۸	۱۴۷/۸	۱۴۵/۳	۱۴۶/۰	۱۱۰/۱	۹۷/۶	۹۱/۳
	P_4	۴۶/۶	۲۸/۱	۲۰/۸	۳۱/۰	۲/۷	۲۵/۷	۵۹/۴	۲۰/۷	۴۴/۷
خروجی‌های مدل بهینه‌سازی	E_1	۷۷/۳	۸۵/۷	۸۷/۴	۸۲/۵	۸۳/۸	۶۷/۶	۶۲/۶	۸۲/۸	۷۸/۲
	E_2	۷۲/۹	۴۲/۲	۸۹/۸	۹۴/۰	۷۴/۱	۶۸/۳	۱۴۰/۴	۱۱۲/۲	۷۹/۷
	E_3	۱۵۵/۳	۱۱۴/۶	۱۶۶/۲	۱۴۶/۳	۱۹۶/۷	۱۰۰/۶	۱۰۷/۹	۱۴۱/۸	۲۱۱/۹
	E_4	۹۱/۱	۱۱۸/۵	۷۸/۹	۸۵/۲	۱۲۷/۱	۷۱/۶	۸۰/۶	۷۲/۷	۱۰۸/۳
	e_1	۷۴/۳	۵۶/۷	۳۷/۴	۱۸/۱	۱/۰	۲/۷	۰/۲	۰/۳	۸/۸
	e_2	۶۶/۴	۶۸/۵	۳۸/۸	۱۲/۴	۴/۴	۵/۶	۳/۵	۰/۱	۸/۵
	e_3	۷۵/۷	۱۸/۷	۴۳/۲	۲۰/۸	۰/۱	۰/۸	۳/۳	۱۸/۸	۱۳/۲
	e_4	۵۳/۴	۴۴/۷	۴۴/۵	۲۲/۱	۱۰/۵	۱/۰	۱۴/۹	۱/۳	۱/۶
	T_{12}	۷۷/۱	۶۳/۵	۴۵/۷	۲/۷	۰/۱	۰/۱	۲/۲	۵/۳	۲/۴
	T_{13}	۷۵/۷	۷۰/۵	۳۲/۱	۱۳/۷	۰/۷	۰/۳	۳/۳	۵/۴	۱۵/۳
T_{14}	۵۸/۴	۴۶/۴	۴۰/۳	۱۷/۳	۱۲/۴	۴/۰	۴/۰	۱۲/۳	۱۳/۷	
T_{23}	۷۷/۰	۳۵/۴	۴۵/۸	۲۰/۷	۰/۱	۱/۶	۰/۸	۵/۹	۳/۳	
T_{24}	۴۵/۹	۵۶/۲	۵۶/۳	۱۲/۶	۰/۰	۰/۵	۳۱/۸	۲۰/۱	۰/۹	
T_{34}	۶۶/۹	۱۷/۸	۶۱/۳	۲۰/۰	۰/۳	۵/۱	۶/۷	۳۵/۷	۷/۲	

* خروجی‌ها از اجرای مدل TRS به دست آمده است.



شکل ۵- نتیجه صحت‌سنجی مدل بیزی در ۵۰ حالت متفاوت از ورودی‌ها برای بار آلودگی تخلیه‌کننده اول (e₁)

۸- نتیجه گیری

در این مقاله، با توجه به جهت جریان یک طرفه آب در رودخانه، از سیستم نسبت- تجارت و شبکه‌های بیزی به منظور تهیه یک مدل کاربردی برای کنترل منابع آلاینده و مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی استفاده گردید. این سیستم با در نظر گرفتن میزان خود پالایی رودخانه و چگونگی پخش و انتقال آلاینده‌ها، نسبت- تجارت بین واحدها را تعیین می‌نماید و به کمک یک روش بهینه‌سازی، الگوی بهینه تجارت را ارائه می‌دهد. سپس این داده‌ها برای آموزش شبکه‌های بیزی به کار برده می‌شوند. به این ترتیب در این مقاله با توجه به عدم قطعیت‌های موجود در سیستم رودخانه‌ای، از تلفیق آنالیز عدم قطعیت مونت کارلو، روش TRS و شبکه‌های بیزی یک مدل جدید برای تجارت مجوز تخلیه آلاینده‌ها پیشنهاد شد که علاوه بر پیشنهاد الگوی تجارت، قابلیت ایجاد خروجی احتمالاتی و مدیریت در زمان واقعی را نیز دارا است. از مدل نسبت- تجارت بیزی تهیه شده در رودخانه بررسی شده توسط هونگ و شو در سال ۲۰۰۵ استفاده شده است، نتایج مدل به ازای مقادیر بار ورودی اولیه و ظرفیت پذیرش بار آلودگی لحاظ شده در مقاله مذکور، همان کلاس بار آلودگی را ارائه می‌دهد. علاوه بر آن، این مدل در شرایطی که مقادیر متغیرهای تأثیرگذار در تجارت مجوز تخلیه بار آلودگی اندازه‌گیری نشده باشند و یا اینکه مقادیر آنها در دست نباشد، می‌تواند از توابع توزیع در نظر گرفته شده برای متغیرهای ورودی استفاده کند و توابع توزیع چگالی احتمال متغیرهای خروجی را به دست دهد. به این ترتیب مدل پیشنهادی

نسبت- تجارت بیزی قادر خواهد بود که در مدیریت در زمان واقعی و در شرایط نقصان اطلاعات مورد استفاده قرار گیرد. به طور خلاصه مزایای مدل ارائه شده در این مقاله به صورت زیر است:

- مدل غیرقطعی پیشنهادی، بسیار ساده است، در حالی که تدوین مدل‌های استوکستیک^۱ به صورت صریح دارای پیچیدگی‌های بیشتری است.

- در مدل پیشنهادی، لازم نیست مقدار مشاهداتی کلیه متغیرهای ورودی وجود داشته باشند؛ در حالی که در مدل‌های استوکستیک معمولاً چنین فرضی وجود ندارد.

- شبکه بیزی می‌تواند مشخصات احتمالی درصدهای تصفیه و میزان تجارت بار آلودگی بین تخلیه‌کنندگان را به دست دهد.

- تلفیق شبکه‌های بیزی و مدل معروف TRS، نتایج مدل TRS را واقعی‌تر و کاربردی‌تر نموده است.

از محدودیتهای روش ارائه شده در این مقاله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- برای آموزش شبکه بیزی لازم است متغیرهای ورودی و خروجی گسسته‌سازی شوند.

- در مرحله آموزش ساختار شبکه بیزی لازم است دقت شود که ارتباط‌های ایجاد شده بین متغیرها از نظر فیزیک سیستم منطقی باشند. ارتباط‌های غیرمنطقی باید به صورت دستی حذف شوند.

- در حالت تعداد تخلیه‌کنندگان زیاد، ممکن است ساختار شبکه بیزی بسیار بزرگ و آموزش آن مشکل شود.

¹ Stochastic

- 1- Dales, J. H. (1968). "Land, water and ownership." *the Canadian J. of Economics / Revue Canadienne d'Economique*, 1(4), 791-804.
- 2- Eheart, J. W. (1980). "Cost efficiency of transferable discharge permits for the control of BOD discharges." *Water Resource Res.*, 16, 980-989.
- 3- Brill, E. D., Eheart, J. W., Kshirsagar, S. R., and Lence, B. J. (1984). "Water quality impacts of biochemical oxygen demand under transferable discharge permit programs." *Water Resource Res.*, 20 (4), 445-455.
- 4- Eheart, J.W., and Ng, T.L. (2004). "Role of effluent permit trading in total maximum daily load programs: Overview and uncertainty and reliability Implications." *J. of Environmental Engineering*, 130 (6), 615-621.
- 5- Hung M.F., and Shaw, D. (2005). "A trading-ratio system for trading water pollution discharge permits." *J. of Environmental Economics and Management*, 49, 83-102.
- 6- Ng, T.L., and Eheart, J.W. (2005). "Effects of discharge permit trading on water quality reliability." *J. of Water Resources Planning and Management*, 131 (2), 81-88.
- 7- Mesbah, S. H., Kerachian, R., and Torabian, A. (2007). "Trading water pollution discharge permits in river systems using fuzzy nonlinear cost functions." *Proc. of CEMEPE/SECOTOX Conference*, Skiathos Island, Greece, 1-10.
- 8- Mesbah, S.M., Kerachian, R., and Nikoo, M.R. (2009). "Developing real time operating rules for trading discharge permits in rivers: application of bayesian networks." *Environmental Modelling and Software*, Elsevier, 24 (2), 238-246.
- 9- Varis, O. (1998). "A belief network approach to optimization and parameter estimation: application to resource and environmental management." *Artificial Intelligence*, 101 (1-2), 135-163.
- 10- Poulakis, Z., Valougeorgis, D., and Papadimitriou, C. (2003). "Leakage detection in water pipe networks using a Bayesian probabilistic framework." *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18, 315-327.
- 11- Borsuk, M., Stow, C., and Reckhow, K. (2004). "A bayesian network of eutrophication models for synthesis, prediction, and uncertainty analysis." *Ecological Modeling*, 173, 219-239.
- 12- Castelletti, A., and Soncini-Sessa, R. (2007). "Coupling real time control and socioeconomic issues in participatory river basin planning." *Environmental Modelling and Software*, 22 (8), 1114-1128.
- 13- Neapolitan, R. E. (2003). *Learning bayesian networks*, 1st Ed., Prentice Hall, New York, USA.