

# Evaluating the Application of Monod Model in Biological Treatment of Wastewater

Ali Reza Nazari Alavi<sup>1</sup>,  
Mohamad Mirzai<sup>1</sup>

# ارزیابی عملکرد مدل مونود در تصفیه بیولوژیکی فاضلاب

علیرضا نظری علوی<sup>۱</sup> محمد میرزایی<sup>۱</sup>

(دریافت ۸۴/۷/۴ پذیرش ۸۴/۱۰/۳)

## Abstract

The most fundamental model which is considerably used in designing of treatment plant is Monod model. Although there are some problems regarding using this model, it is frequently used by the engineers. In the present study the accuracy and precision of this model was evaluated in different range of  $S_0/X_0$  ratio. The results of simulation showed that the Monod model for low ranges of  $S_0/X_0$  does not have a great precision, but for high ranges of  $S_0/X_0$ , it shows acceptable concordance.

**Keywords:** Simulation, Activated Sludge, Monod Model, Biological Treatment, Wastewater.

## چکیده

اساسی ترین مدلی که در فرآیندهای لجن فعال برای طراحی تصفیه خانه ها مورد توجه قرار می گیرد مدل مونود است. با وجود ایراداتی که به این مدل با ارزش وارد است، همچنان مورد استفاده مهندسين طراح قرار می گیرد در حالی که بعضاً پس از ساخت تصفیه خانه های فاضلاب با مشکلات عدیده ای روبرو می شوند. نظریه اصلی این مدل در ثابت بودن نرخ رشد لگاریتمی ( $\mu_{max}$ ) است. این در حالی است که این نظریه خود مورد نقد است. محققان نشان داده اند که همیشه یک نرخ ثابت رشد ویژه، برای توده مخلوط باکتری ها وجود ندارد و رابطه ای مستقیم بین این ثابت و غلظت اولیه آلاینده ها وجود دارد. در مطالعات حاضر با اشاره به نواقص این مدل، برای ارزیابی صحت و دقت آن سعی به شبیه سازی آن در دامنه های مختلف  $S_0/X_0$  شده است. نتایج شبیه سازی نشان داد که مدل مونود در دامنه فرآیند لجن فعال که برای مقادیر پایین  $S_0/X_0$  است دارای دقت زیادی نیست ولی در مقادیر بالای  $S_0/X_0$  دارای تطابق قابل قبولی می باشد.

**واژه های کلیدی:** شبیه سازی، لجن فعال، مونود، تصفیه بیولوژیکی، فاضلاب.

1- Academic Staff, Institute of Water and Energy, Sharif Univ. of Technology alavi@sharif.edu

۱- مربی پژوهشی، مرکز تحقیقات آب و انرژی، دانشگاه صنعتی شریف alavi@sharif.edu

پایین  $S_0/X_0$  عموماً امکان بررسی رشد میکروارگانیسم‌ها را در محیط کار نمی‌دهد؛ در حالی که در مقادیر بالای آن ( $S_0/X_0 > 1$ )، رشد میکروارگانیسم‌ها قابل اندازه‌گیری است و بدین صورت، مدلسازی سرعت واکنش امکان پذیر می‌شود [۶ و ۷]. برای مطالعات نظری و شبیه‌سازی باید از معادلات پایه شروع و به فرمول اصلی رسید و بر اساس آن شبیه‌سازی را انجام داد. سرعت تغییرات توده بیولوژیکی از معادله دیفرانسیل زیر حاصل می‌شود [۱]

$$r_x = \frac{dx}{dt} = \mu \cdot X \quad (1)$$

که در آن

$r_x$ : سرعت رشد بیومس بر حسب میلی‌گرم بر لیتر در ساعت؛  
 $\mu$ : ثابت سرعت رشد ویژه در واحد زمان؛ و  
 $X$ : غلظت توده بیولوژیکی در هر زمان می‌باشد.

رابطه ۱ نشان می‌دهد که سرعت رشد توده بیولوژیکی نسبت به غلظت آن درجه اول است و می‌توان آن را به صورت رابطه ۲ نیز نوشت

$$\mu = \frac{1}{X} \frac{dx}{dt} = \frac{r_x}{X} \quad (2)$$

و یا

$$\mu = \mu_{\max} \frac{S}{K_s + S} \quad (3)$$

که در آن

$\mu_{\max}$ : ثابت ماکزیمم سرعت رشد ویژه در واحد زمان؛

$S$ : غلظت ماده آلی در هر زمان؛ و

$K_s$ : ثابت نصف اشباع می‌باشد.

با توجه به اینکه نرخ تبدیل ماده غذایی<sup>۲</sup> به توده بیولوژیکی برابر است با

$$Y_{\text{obs}} = \frac{X - X_0}{S_0 - S} \quad (4)$$

که در آن

$Y_{\text{obs}}$ ، مقدار ماده آلی تبدیل شده به توده بیولوژیکی (ضریب بازدهی) می‌باشد.

رابطه ۲ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mu = \frac{1}{X} \frac{dx}{dt} = \mu_{\max} \cdot \frac{S_0 + \frac{X_0 - X}{Y_{\text{obs}}}}{S_0 + \frac{X_0 - X}{Y_{\text{obs}}} + K_s} \quad (5)$$

<sup>2</sup> Substrate

در سالهای اخیر تحقیقات زیادی برای مدل‌سازی متابولیسم لجن فعال انجام شده است. یکی از قدیمی‌ترین مدل‌های موجود مدل مونود<sup>۱</sup> است. این مدل با وجود نواقصی که به آن نسبت می‌دهند کماکان در کلیه فرآیندهای لجن فعال، پایه اصلی محاسبات است و تقریباً تمامی مهندسين مشاور از این مدل در طرحهای خود استفاده می‌کنند، که بعضاً پس از ساخت تصفیه‌خانه‌های فاضلاب با مشکلات عدیده‌ای روبرو می‌شوند.

مونود این مدل را بر اساس نتایج آزمایشها در راکتور ناپیوسته برای کشت خالص که به وسیله یک ماده ساده تغذیه می‌شد، پیشنهاد کرده است [۱ و ۲]. قابلیت‌های این مدل باعث شده است که کمبودها و نواقص آن نادیده گرفته شود. اثر غلظت آلاینده‌ها در ورودی ( $S_0$ ) بر غلظت آن در خروج ( $S$ ) از راکتور، تغییرات ثابت نصف اشباع ( $K_s$ ) و اثر آلاینده‌های بازدارنده موجود در محیط از جمله نواقصی است که به این مدل با ارزش وارد می‌دانند [۳، ۴ و ۵].

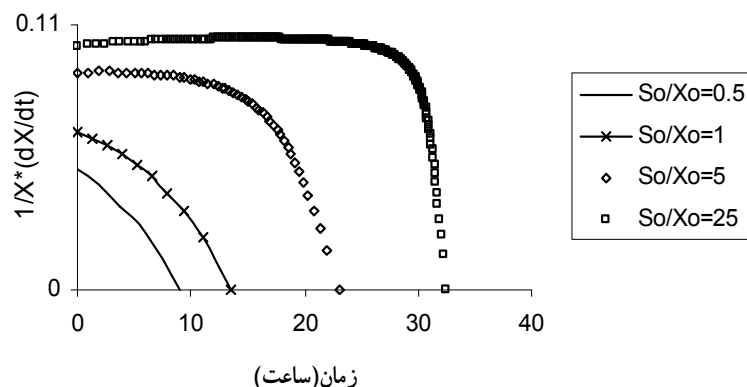
این رابطه به صورت کاهش ثابت نرخ رشد، هنگامی که غلظت اولیه آلاینده افزایش می‌یابد، گزارش شده است. مفهوم این مطلب آن است که آلاینده در غلظت بالا همانند یک ماده بازدارنده عمل می‌کند. در صورت عدم حضور عامل بازدارنده رشد، تغییرات  $X_{\max}/X_0$  نسبت به  $S_0/X_0$  دارای تابعی صعودی می‌باشد که در غیر این صورت می‌توان وجود عامل بازدارنده‌ای را در محیط پیش‌بینی کرد که بر روی نرخ میکروارگانیسم‌های زنده و فعالیت آنها اثر می‌گذارد.

تمام موارد ذکر شده، نکاتی هستند که باعث می‌شود مدل مونود نتواند به طور دقیق و صد در صد، تطابقی بین داده‌های تجربی و داده‌های حاصله از مدل ارائه دهد. یکی از روشهایی که می‌تواند حدود قابلیت این مدل را مشخص نماید، شبیه‌سازی بر پایه معادلات این مدل است که در مطالعه حاضر سعی بر شبیه‌سازی فرآیند لجن فعال بر اساس این مدل شده است.

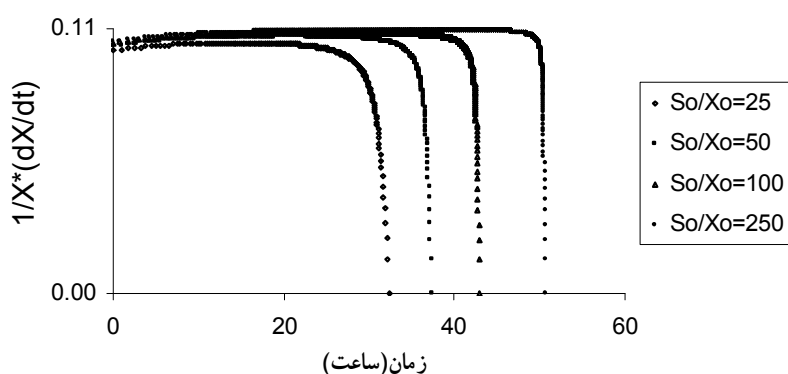
## ۲- روش تحقیق

اولین قدم برای ارائه مدل مونود به وسیله داده‌های تجربی و بررسی موارد و معایب ذکر شده، بررسی کیفیت و سرعت واکنش قابلیت تجزیه بیولوژیکی در محیط کنترل شده است. این پدیده معمولاً در راکتور ناپیوسته مورد مطالعه قرار می‌گیرد. کیفیت و سرعت واکنش در این گونه راکتورها معمولاً توسط غلظت اولیه آلاینده‌ها ( $S_0$ ) بر حسب COD یا BOD نسبت به غلظت اولیه توده بیولوژیکی ( $X_0$ ) بر حسب MLSS کنترل می‌شود. استفاده از مقادیر

<sup>1</sup> Monod



شکل ۱- شبیه‌سازی  $\mu = f(t)$  طبق مدل مونود در دامنه  $0.5 \leq S_0/X_0 \leq 25$ .



شکل ۲- شبیه‌سازی  $\mu = f(t)$  طبق مدل مونود در  $25 \leq S_0/X_0 \leq 250$ .

در شبیه‌سازی می‌توان از رابطه ۷، زمان لازم  $(t)$  برای رسیدن به  $X$  فرضی که در طول زمان افزایش می‌یابد را محاسبه و سپس برای تعیین نرخ رشد از رابطه ۲ استفاده نمود. این شبیه‌سازی در دامنه فرآیند لجن فعال ( $K_s = 50 \text{ mg/L}$ ,  $Y_{obs} = 0.4$ ) انجام می‌شود و چنان که ذکر شد انتظار می‌رود که در طول زمان به  $\mu_{max}$  برسیم. شبیه‌سازی را برای  $\mu_{max} = 0.11$  در مورد فاضلاب روغنی‌های برش که قبلاً به صورت تجربی در آزمایشگاه [۸] تعیین شده است انجام می‌دهیم. برای این منظور دو دامنه مختلف را آزمایش می‌کنیم. دامنه اول  $25 \leq S_0/X_0 \leq 250$  که دامنه آزمایشهای مونود [۹] می‌باشد و دامنه دوم  $0.5 \leq S_0/X_0 \leq 25$  که دامنه‌ای کلاسیک برای فرآیندهای لجن فعال می‌باشد [۱۰ و ۱۱].

### ۳- نتایج و بحث

شکل‌های ۱ و ۲ تابع شبیه‌سازی شده  $\mu = f(t)$  را نشان می‌دهد. چنان که ملاحظه می‌شود در صفحه  $\mu = f(t)$  هیچ وقت مقدار  $\mu_{max}$

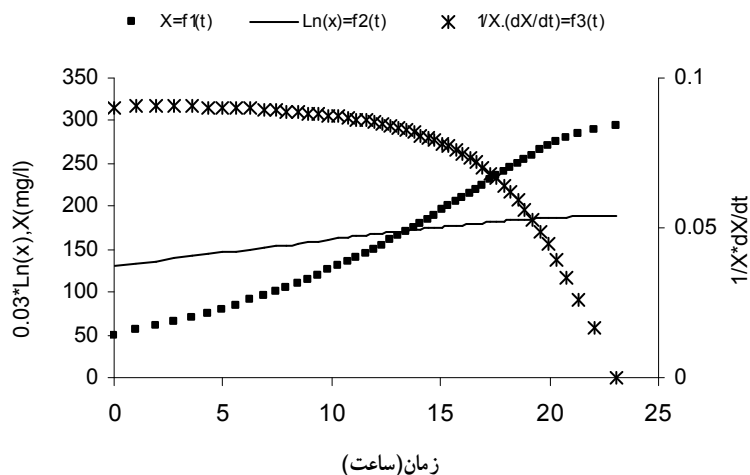
بر اساس این رابطه انتظار می‌رود که با افزایش  $X$  که در طول زمان حادث می‌شود به  $\mu_{max}$  برسیم.

مقدار نسبت  $Y_{obs}$  در حقیقت رابطه‌ای است بین  $Y_{obs}$  و ضریب بازدهی حقیقی ( $Y_{sx}$ ) که به صورت رابطه زیر بیان می‌شود

$$\frac{1}{Y_{obs}} = \frac{1}{Y_{sx}} + \frac{m_s}{\mu} \quad (6)$$

که در آن  $Y_{sx}$  و  $m_s$  (ضریب انرژی القایی) برای یک راکتور خاص ثابت می‌باشند؛ لذا در این حالت می‌توان  $Y_{obs}$  را ثابت دانست. اگر مقدار  $Y_{obs}$  ثابت و رابطه ۵ در ۱ جایگزین و انتگرال‌گیری انجام شود، رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\mu_{max} \cdot t = \left(1 + \frac{K_s}{S_0 + X_0/Y_{obs}}\right) L_n\left(\frac{X}{X_0}\right) - \left[\frac{K_s}{S_0 + X_0/Y_{obs}}\right] L_n\left[1 - \frac{X_0}{S_0 Y_{obs}} \left(\frac{X}{X_0} - 1\right)\right] \quad (7)$$



شکل ۳- نمودارهای شبیه‌سازی شده  $X$ ،  $\ln(X)$  و  $\mu$  طبق مدل مونود برای  $S_0/X_0=5$

$\ln(X) = f_2(t)$  یک تابع صعودی ثابت را نشان می‌دهد و مشاهده می‌شود که در یک دامنه خاص می‌توان خط راستی را رسم نمود که شیب آن برابر نرخ رشد ماکزیمم باشد.  $\mu_{max}$  به دست آمده از این نمودار با  $\mu_{max}$  تعیین شده اولیه متفاوت است و همواره کمتر می‌باشد. نتیجه این مطلب آن است که در این شرایط شبیه‌سازی همواره در فاز کند شونده و قبل از فاز ثابت قرار دارد و چون این فاز بعد از فاز رشد قرار گرفته، انتظار مشاهده این فاز نیز غیر منطقی نیست؛ که در این صورت  $\mu_{max}$  حاصله از شبیه‌سازی باید به مقدار تعیین شده اولیه برسد، اما این مطلب رخ نمی‌دهد. لذا در این شرایط می‌توان تصور کرد که مدل انتخاب شده قادر به شبیه‌سازی دقیقی از مسئله نیست و این در حالی است که بسیاری از تحقیقات در شرایط ذکر شده، انجام و مقادیر نرخ رشد ماکزیمم به وسیله  $\ln(X) = f_2(t)$  مشخص شده است؛ زیرا همیشه می‌توان با رگرسیون، خط راستی را به دست آورد که نشانگر  $\mu_{max}$  باشد [۱۲].

#### ۴- نتیجه گیری

شبیه‌سازی مدل مونود برای ارزیابی دقت این مدل، نشان داد که مدل مونود در دامنه فرآیند لجن فعال که مقادیر پایین  $S_0/X_0$  است برای تعیین تمامی پارامترهای سینتیک دارای صحت و دقت خوبی نیست ولی در مقادیر بالای  $S_0/X_0$  دارای دقت بیشتری است.

حاصل نمی‌شود. ولی برای مقدار  $S_0/X_0 \leq 2.5$  این خطا بسیار کمتر است که در این شرایط می‌توان فاز لگاریتمی رشد<sup>۱</sup> را ملاحظه کرد و این فاز، هر چقدر  $S_0/X_0$  بزرگتر باشد بهتر قابل مشاهده است. اختلاف بین  $\mu_{max}$  شبیه‌سازی شده به  $\mu_{max}$  حقیقی برای نسبت‌های کوچکتر،  $S_0/X_0$  در طول زمان به سرعت زیاد می‌شود. این نتایج نشانگر آن است که در غلظت‌های پایین عملاً نمی‌توان فاز رشد را مشاهده نمود. شکل ۱، که دامنه دوم یعنی نسبت‌های کم را نشان می‌دهد بیانگر همین مطلب است.

بر اساس مدل مونود، تابع  $\ln(X) = f_2(t)$  نیز نرخ سرعت رشد توده بیولوژیکی را نشان می‌دهد. به این دلیل شبیه‌سازی این تابع و  $X = f_1(t)$  می‌توانند در روشن شدن صحت و دقت مدل مونود کمک کنند.

این توابع با همان شرایط قبلی، شبیه‌سازی شده و همراه تابع  $\mu = f_3(t)$  در شکل ۳ برای  $S_0/X_0=5$  به عنوان نمونه نشان داده شده است. در این نمودار محور عمودی در سمت راست نشانگر  $\mu$  و محور عمودی سمت چپ در حقیقت نشانگر دو تابع توده بیولوژیکی  $X$  و  $\ln(X)$  می‌باشد. تابع  $\mu = f_3(t)$  نشان می‌دهد که فاز رشد وجود ندارد در حالی که نمودار  $X = f_1(t)$  دقیقاً رشد توده بیولوژیکی در فرآیند لجن فعال را ارائه می‌دهد. نمودار

<sup>1</sup> Log Growth Phase

#### ۵- مراجع

1- Tchobanoglous, G. (1991). *Wastewater engineering, treatment, disposal and reuse*, 13<sup>th</sup> Ed., McGraw - Hill, Inc. New York.

- 2- Elmaleh, S., and Benaim, R. (1976). "Influence Sur la Cinetique Biochimique de la Concentration en Carbone Organique a l' Entre d'Un Reactor." *J. Wat. Res.*, 10 (10),1005-1009.
- 3- Grady, C. P., and Williams, D. (1975). "Effects of Influent Substrate Concentration on the Kinetics of Naturel Microbial Population in Continuous Culture." *J. Wat. Res.*, 9(2) 171-180.
- 4- Orhon, D., and Tunay, O. (1979). "Mathematical Models of Biological Waste Treatment Processes for the Design of Aeration Tanks Discussion." *J. Wat. Res.*, 13 (6), 553-556.
- 5- Gaudy, A., Yan, P.Y., Bustamante, R., and Goudy, E.T. (1973). "Exponential Growth in Systems Limited by Substrate Concentration." *J. Biotech. and Bioeng.*, 15 (3), 589-596.
- 6- Chudoba, P., Capdeville, B., and Chudoba, J. (1992). "Explanation of Biological Meaning of the So/Xo Ratio in Bacth Cultivation." *J. Wat. Sci. and Tech.*, 26 (3-4), 357-743.
- 7- Wentzel, M. C., Mbewe, A., and Ekama, G.A. (1995). "Batch Tests for Measurement of Readily Biodegradable COD and Active Organism Concentrations in Municipal Wastewater." *J. Water S.A.*, 21, 117-124.
- ۸- نظری علوی، ع. و هاشمیان، ج. (۱۳۸۱). "تصفیه پذیری بیولوژیکی فاز آبدار امولسیون روغن-آب." *م. محیط شناسی دانشگاه تهران*. ۲۸ (۳۰)، ۷۹-۸۶.
- 9- Monod, J. (1942). *Recherches sur la croissance des cultures bacteriennes*, 1<sup>st</sup> Ed., Hermann, Paris.
- 10- SWBIC (1998). "Kinetics of microbial growth. "
- <<http://www.swbic-org/education/env-engr/secondary/biokinetics/monod.html>> (Jul. 27, 2005)
- 11- Mishoe, G. (2005). "F/M ratio and the operation of an activated sludge process." <<http://www.fwri.com/articles2/9903.pdf>> (Jul. 25, 2005)
- 12- Chapra, S. (1997). *Surface water-quality modeling*, Lecture32, 1<sup>st</sup> Ed., McGraw - Hill, Inc. New York.