

Experimental Study of Air Flow in a Vortex Structure Using Full Factorial Method

M. Mahmoudi Rad¹, M. J. Khanjani²

1. PhD Candidate, Dept. of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
(Corresponding Author) m.m6456@yahoo.com
2. Prof., Dept. of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

(Received June 15, 2019 Accepted Dec. 16, 2019)

To cite this article:

Mahmoudi Rad, M., Khanjani, M. J. 2020. "Experimental study of air flow in a vortex structure using full factorial method" Journal of Water and Wastewater, 31(4), 57-70.
Doi: 10.22093/wwj.2019.190172.2886. (In Persian)

Abstract

Vortex drop shaft (Vortex structure) is used in sewage and drainage systems to transfer fluid from surface conduit to deep underground tunnels. During the plunge, large volume of air is entrained into the water and then released of the drop shaft downstream. In the current research, an experimental model, made of Plexiglas segments, was set up to investigate hydraulic performance of vortex structure. Dimensional analysis results illustrated that ratio of sump depth to shaft diameter (H_s/D), ratio of drop total height to shaft diameter (L/D), and Froude number (F_r) were considered effective variables on relative air discharge ($\beta=Q_a/Q$). The ability of the full factorial method (FFM), to describe this structure's hydraulic characteristics, was validated using experimental data. The results indicated that the relative air discharge changed from 0.048 to 0.278 and increased with an increase in F_r , L/D and H_s/D factors. With respect to the maximum velocity of air outflow from the structure of the air vent pipes (with the same diameter D_a), located between the $4D_a$ and $9D_a$ from the axis of the vertical shaft, this range is recommended for installation of air vent pipes. Furthermore, a regression-based-equation in the form of a quadratic polynomial as a function of H_s/D , L/D and F_r was proposed to estimate relative air discharge (β).

Keywords: Vortex Structure, Relative Air Discharge, Full Factorial Method, Regression Analysis.



مجله آب و فاضلاب، دوره ۳۱، شماره ۴، صفحه: ۷۰-۵۷

مطالعه آزمایشگاهی جریان هوا در شفت ریزشی گردابی با استفاده از روش فاکتوریل کامل

محمد محمودی راد^۱، محمد جواد خانجانی^۲

۱- دانشجوی دکترای سازه‌های هیدرولیکی، بخش مهندسی عمران،
دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران
(نویسنده مسئول) m.m6456@yahoo.com

۲- استاد، بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی،
دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

(دریافت ۹۸/۳/۲۵ پذیرش ۹۸/۹/۲۵)

برای ارجاع به این مقاله به صورت زیر اقدام بفرمایید:

محمودی راد، م.، خانجانی، م.ج.، ۱۳۹۹، "مطالعه آزمایشگاهی جریان هوا در شفت ریزشی گردابی
با استفاده از روش فاکتوریل کامل" مجله آب و فاضلاب، ۳۱(۴)، ۷۰-۵۷. Doi: 10.22093/wwj.2019.190172.2886

چکیده

شفت ریزشی گردابی (سازه ورتکس) در سیستم‌های جمع‌آوری فاضلاب و زهکشی شهری به منظور انتقال سیال از مجاری سطحی به تونل‌های زیرزمینی عمیق به کار می‌رود. در طول ریزش، مقدار زیادی هوا به داخل آب نفوذ می‌کند و در پایین دست شفت ریزشی آزاد می‌شود. در این پژوهش، با ساخت مدل فیزیکی سازه از قطعات پلکسی گلاس، جریان هوا در سازه مطالعه شد. با استفاده از آنالیز ابعادی نشان داده شد که عدد فرود جریان (F_r)، نسبت ارتفاع کل ریزش به قطر شفت (L/D) و نسبت عمق چاهک به قطر شفت (H_s/D)، عوامل مؤثر بر دبی نسبی هوا ($\beta=Q_a/Q$) در سازه هستند. دقت و توانایی روش فاکتوریل کامل برای توصیف عملکرد سازه در میزان هوای خروجی از آن با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی تأیید شد. نتایج نشان داد که دبی نسبی هوا در سازه بین 0.48 تا 0.278 تغییر می‌کند و با افزایش عوامل F_r ، L/D و H_s/D افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به این که بیشترین سرعت خروج هوا از سازه مربوط به لوله‌های هواگیری (با قطر یکسان D_a) است که در فاصله بین $4D_a$ تا $9D_a$ از محور شفت قائم قرار دارند، لذا محل مناسب استقرار مجرای هواگیری برای سازه در این محدوده تعیین شد. علاوه بر این معادله‌ای غیر خطی به صورت تابعی از F_r ، L/D و H_s/D برای تخمین دبی نسبی هوا در سازه ورتکس با استفاده از آنالیز رگرسیون ارائه شد.

واژه‌های کلیدی: سازه ورتکس، دبی نسبی هوا، روش فاکتوریل کامل، تحلیل رگرسیون

۱- مقدمه

در مواردی که اختلاف ارتفاع بالادست و پایین دست کمتر از ۷ متر باشد، استفاده می‌شود (Granata, 2016). در حالی که از شفت‌های ریزشی در مواردی که اختلاف ارتفاع بیش از ۷ تا ۱۰ متر است، استفاده می‌شود (Del Giudice et al., 2010). شفت‌های ریزشی عمدتاً به دو گروه شفت‌های ریزشی با سقوط جریان و شفت‌های ریزشی گردابی تقسیم‌بندی می‌شوند (Ma et al., 2016, Liu et al., 2018).

در سیستم‌های فاضلاب و زهکشی شهری، انتقال سیال از تراز بالا به تراز پایین تر معمولاً از طریق سازه‌های ریزشی صورت می‌گیرد (Jain and Kennedy, 1983). دو نوع رایج این سازه‌ها، منهول‌های ریزشی و شفت‌های ریزشی هستند (Padulano and Del Giudice, 2018, Fernandes and Jónatas, 2019). منهول‌های ریزشی به منظور کاهش سرعت جریان و اتلاف انرژی



طراحی آزمایش‌ها^۱ شامل روش‌هایی است که با ایجاد تغییرات هدفمند روی یک یا چند عامل، به بررسی اثرات آن‌ها بر نتایج (پاسخ) می‌پردازد. این روش‌ها می‌توانند برای اهداف مختلف از جمله غربالگری عوامل، استخراج مدل رگرسیون و بهینه‌سازی پاسخ استفاده شوند. در این روش‌ها، آزمایش‌ها به گونه‌ای طرح‌ریزی می‌شود که به‌منظور رسیدن به پاسخ، عوامل به‌صورت هم‌زمان با هم آزمایش شده و اثرات متقابل بین عوامل نیز در نظر گرفته شود. تأثیر متقابل دو عامل، به این معنی است که تأثیر یک عامل بر روی تغییرات پاسخ به سطح عامل دیگر وابسته است. بعضی از پژوهشگران تنها تأثیر یک عامل در یک زمان^۲ و برخی دیگر بدون در نظر گرفتن طراحی آزمایش‌ها، تأثیر چند عامل بر دبی نسبی هوا در سازه ورتکس را بررسی کرده‌اند (Jain and Kennedy, 1983, Ogihara and Kudou, 1996, Zhao et al., 2006, Ma et al., 2018).

روش یک عامل در یک زمان نمی‌تواند هیچ مدل چند عاملی را برای تعیین پاسخ ارائه کند. همچنین بدون در نظر گرفتن طراحی آزمایش‌ها، بررسی اثرات هر عامل و تأثیر متقابل بین آن‌ها به راحتی امکان‌پذیر نخواهد بود. در مقابل، استفاده از روش فاکتوریل کامل و با در نظر گرفتن تعدادی سطح برای هر یک از عوامل مؤثر بر پاسخ و چند تکرار برای تمام ترکیبات ممکن بین آن‌ها، قادر است تا ضمن بررسی تأثیر هر عامل و تأثیر متقابل بین آن‌ها بر مقدار پاسخ، مدلی چند عاملی به‌منظور پیش‌بینی پاسخ در محدوده مورد مطالعه ارائه کند (Laoun et al., 2018, Kabagire and Yahia, 2018, Baaka et al., 2019, Mahmoudi-Rad and Khanjani, 2019).

همچنین با ایجاد رویه پاسخ، تغییرات پاسخ در این محدوده به‌صورت واضح نشان داده می‌شود (Montgomery, 2017).

(Sangsefidi et al., 2017, Hasheminejad et al., 2018)

در این پژوهش، ابتدا با استفاده از آنالیز ابعادی عوامل بدون بعد F_r ، L/D و H_s/D به‌عنوان عوامل مؤثر بر دبی نسبی هوا در سازه ورتکس معرفی شدند، سپس با توجه به خلاء به‌کارگیری طراحی آزمایش‌ها در پژوهش‌های گذشته، تأثیر هم‌زمان این عوامل بر دبی نسبی هوا به‌صورت آزمایشگاهی بررسی شد.

به‌منظور ارزیابی قابلیت توصیف دبی نسبی هوا در سازه

در شفت‌های ریزشی با سقوط جریان، سقوط آب در شفت قائم کنترل شده نیست که همین عامل به همراه حفظ الگوی جریان پایدار برای دبی‌های مختلف، اتلاف انرژی بیشتر و اطمینان از خروج مناسب هوا، سبب شده است تا به‌طور کلی شفت‌های ریزشی گردابی نسبت به شفت‌های ریزشی با سقوط جریان، ارجحیت داشته باشند (Jain, 1988, Pfister et al., 2018).

سازه ورتکس شامل سه قسمت اصلی است: سازه ورودی، شفت قائم و سازه مستهلک‌کننده انرژی (شکل ۱). هندسه خاص سازه ورودی که به یکی از سه شکل ورودی چرخشی، ورودی مماسی و یا ورودی گردابی است، جریان هدایت شده از کانال دسترسی را به جریان چرخشی تبدیل می‌نماید (Zhao et al., 2006).

انتقال مطمئن جریان گردابی، به نسبت قطر هسته هوا ($\lambda = d^2/D^2$) در ورودی شفت قائم (محل تشکیل کمترین هسته هوا) بستگی دارد، به گونه‌ای که برای دبی طراحی لازم است $\lambda \geq 0.25$ باشد (Yu and Lee, 2009). از سویی دیگر، این هوا در مستهلک‌کننده انرژی (پایین دست شفت قائم) آزاد می‌شود و این بخش علاوه بر هدایت جت چرخشی تقریباً قائم به مجرای خروجی افقی، وظیفه هواگیری از جریان مخلوط آب و هوا را نیز به عهده دارد. پژوهشگران، در بیشتر موارد از دبی نسبی هوا ($\beta = Q_a/Q$) به‌منظور بررسی میزان هواگیری از جریان در سازه ورتکس استفاده می‌کنند. در پژوهش‌های قبلی، تغییرات β از ۰/۴۷ تا ۰/۶۸ (Zhao et al., 2006)، از ۰/۱ تا ۰/۴ (Jain and Kennedy, 1983) و حتی مقدار β کوچک‌تر از ۰/۱ توسط (Jain, 1988) گزارش شده است.

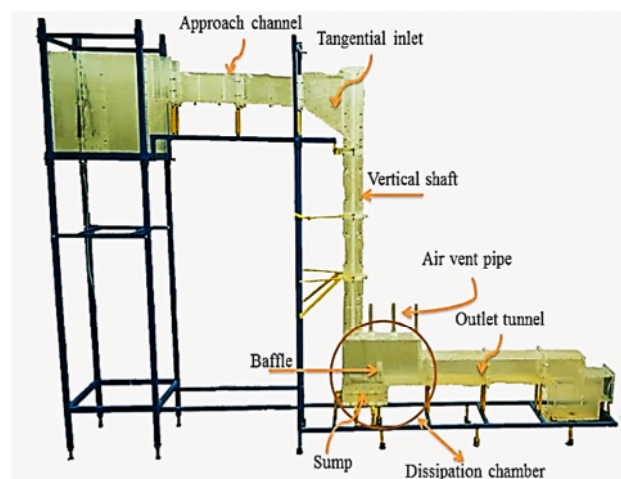


Fig. 1. Vortex structure experimental model

شکل ۱- مدل آزمایشگاهی سازه ورتکس

¹ Design of Experiments (DoE)

² One-Factor-At-a-Time (OFAT)

$$\beta = \varphi(\alpha, f, \frac{Q}{Vh}, \frac{V^2hp}{\sigma}, \frac{V}{\sqrt{gh}}, \frac{B}{D}, \frac{l}{D}, \frac{e}{D}, \frac{L}{D}, \frac{S_t}{D}, \frac{B_t}{D}, \frac{H_s}{D}, \frac{B_s}{D}, \frac{H_b}{D}, \frac{B_b}{D}, \frac{C_b}{D}, \frac{D_b}{D}, \frac{D_a}{D}) \quad (3)$$

که در آن

رینولدز شعاعی^۱، فرود^۲ و وبر^۳ جریان دسترسی هستند (Mulligan et al., 2016). بر تأثیر کشش سطحی، و به همین دلیل عدد وبر، بر جریان گردابی در مقایسه با تأثیرات ویسکوزیته و شتاب ثقل قابل صرف نظر کردن است (Daggett and Keulegan, 1974). همچنین برای جریان‌های گردابی با $W > 120$ و $R_f > 10^3$ تأثیرات کشش سطحی و ویسکوزیته قابل صرف نظر کردن هستند (Jain et al., 1978). برای داده‌های این پژوهش $10^3 < R_f < 360 \times 10^3$ و $4.066 < W < 861$ است. به همین دلیل اثرات ویسکوزیته و کشش سطحی ناچیز بود و R_f و W از معادله ۳ حذف شدند.

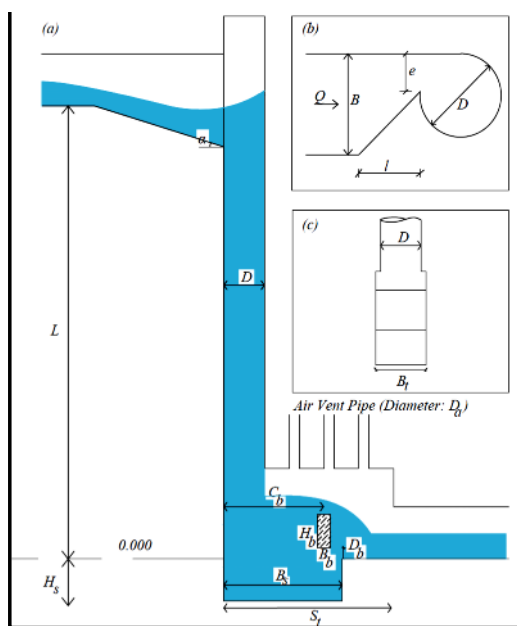


Fig. 2. Description of the vortex structure: (a) side view; (b) inlet part plan view (c) transverse section of dissipation chamber

شکل ۲- شرح مدل آزمایشگاهی سازه ورتکس (a) نمای جانبی (b) سازه ورودی (c) مقطع عرضی مستهلک کننده انرژی

¹ Reynolds Number
² Froude Number
³ Weber Number

ورتکس، آزمایش‌ها با روش فاکتوریل کامل طراحی و آنالیز شدند. در نهایت، با آنالیز رگرسیون داده‌های آزمایشگاهی، مدل ریاضی منطبق بر فرایند واقعی ارائه شد.

۲- آنالیز ابعادی

بر اساس پژوهش‌های گذشته، معادله ۱ به منظور محاسبه دبی نسبی هوا (β) در سازه ورتکس به کار گرفته شد (Zhao et al., 2006, Hager, 2010)

$$\beta = Q_a/Q \quad (1)$$

که در آن

Q_a دبی هوای خروجی از سازه و Q دبی جریان آب است. جریان هوا در سازه، از طریق لوله‌های هواگیری که بر روی مستهلک کننده انرژی نصب شده‌اند خارج می‌شود (شکل ۲). β به صورت تابعی از متغیرهای مستقل (معادله ۲)، که در پژوهش‌های گذشته به آن‌ها اشاره شده است بیان می‌شود (Zhao et al., 2006, Yu and Lee, 2009)

$$\beta = \varphi(Q, B, l, e, a, L, f, S_t, B_t, H_s, B_s, H_b, B_b, C_b, D_b, D_a, g, \rho, \mu, \sigma) \quad (2)$$

که در آن

φ نماد تابع، ρ دانسیته سیال، μ ویسکوزیته دینامیکی و σ کشش سطحی است. دیگر متغیرها با توجه به شکل ۱ عبارت‌اند از: Q دبی جریان، B عرض کانال دسترسی، l طول ورودی مماسی، e عرض ورودی در محل اتصال به شفت قائم، α زاویه شیب کف، L ارتفاع کل ریزش، D قطر شفت، f ضریب اصطکاک، H_s عمق چاهک پایه شفت ریزشی، S_t طول مستهلک کننده انرژی، B_t عرض مستهلک کننده انرژی، H_s عمق چاهک، B_s طول چاهک، H_b ارتفاع بافل، B_b عرض بافل، C_b فاصله مرکز بافل تا محور شفت قائم، D_b فاصله بین کف بافل و کف کانال خروجی و D_a قطر لوله‌های هواگیری. باید توجه داشت که عمق جریان دسترسی (h) و سرعت جریان دسترسی (V) متغیرهای وابسته است و آن‌ها، از متغیرهای معادله ۲ محاسبه می‌شود. با استفاده از آنالیز ابعادی، معادله ۳ حاصل می‌شود

جدول ۱- محدوده پارامترهای مورد مطالعه

Table 1. Range of the studied parameters

Q/Q_{max}	F_r	L/D	H_s/D	Number of Experiments
0.50	1.77	10, 13, 16	0, 1, 2	36
0.75	2.01	10, 13, 16	0, 1, 2	36
1.00	2.18	10, 13, 16	0, 1, 2	36
1.40	2.32	10, 13, 16	0, 1, 2	36



Fig. 3. Measuring annular jet flow thickness in the vertical shaft

شکل ۳- ابزار اندازه‌گیری ضخامت جریان گردابی در ابتدای شفت قائم

دقت زیادی قابل قرائت باشد. همچنین با توجه به قطر کم میله‌ها، از تأثیر آن‌ها بر جریان گردابی صرف نظر شد. این ابزار در شکل ۳ نشان داده شده است. ضخامت جریان در چهار نقطه از این مقطع قرائت شد.

(۲) میانگین ضخامت در این چهار نقطه به عنوان ضخامت جریان مقطع (t) در نظر گرفته شد.

(۳) $d=D-2t$ قطر هسته هوا است.

برای خروج هوا از سازه، سه لوله هواگیر بر روی سازه خروجی به فواصل $1.00D$ ، $2.25D$ و $3.50D$ از محور شفت قائم نصب شد (شکل ۱). همچنین با ایجاد یک مخزن در انتهای تونل خروجی و مستغرق شدن جریان در آن، از خروج هوا در این قسمت جلوگیری شد (شکل ۱). سرعت مرکزی جریان خروجی از لوله‌های هواگیر توسط دستگاه آنومتر سیم داغ ساخت شرکت استاندارد، مدل

همچنین در این پژوهش، $L/D=2/18$ ، $B/D=1/125$ ، $B_t/D = S_t/D=4/75$ ، $f=0/02$ ، $\alpha=29/7$ ، $\epsilon/D = 0/25$ ، $C_b/D=1/44$ ، $B_b/D=0/25$ ، $H_b/D=0/5$ ، $B_s/D=2/19$ ، $1/25$ و $D_b/D=0/19$ است. در نتیجه، معادله ۳ به صورت زیر بیان می‌شود

$$\beta = \varphi(F_r, \frac{L}{D}, \frac{H_s}{D}) \quad (4)$$

۳- مواد و روش‌ها

مدل فیزیکی سازه ورتکس شبکه فاضلاب شهری تهران، در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه شهید باهنر کرمان ساخته شد. این مدل با مقیاس ۱:۱۰ و از جنس پلکسی گلاس شفاف ساخته شد. مدل شامل کانال دسترسی مستطیلی، ورودی مماسی، شفت ریزشی، مستهلک کننده انرژی که در آن چاهک و سازه مانع یا بافل نیز تعبیه شد و تونل خروجی مستطیلی بود (شکل ۲). به منظور محاسبه قطر شفت ریزشی از معادله ۵ استفاده شد (Jain and Kennedy, 1984)

$$D = K \left(\frac{Q^2}{g} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (5)$$

که در آن

K ضریب ایمنی است. برای ورودی مماسی، جین در سال ۱۹۸۸ و هگر در سال ۱۹۹۰ به ترتیب پیشنهاد $K=1$ و $K=1/25$ را داده‌اند. هگر دلیل پیشنهاد خود را طراحی کارآمد هیدرولیکی و اقتصادی سازه بیان کرد (Hager, 1990, Jain, 1988). در این پژوهش با در نظر گرفتن $K=1/22$ ، برای دبی بیشینه طراحی $Q_{max}=19/4$ لیتر در ثانیه، مقدار $D=0/16$ متر محاسبه شد. این مقدار در حین انجام آزمایش‌ها ثابت است. جدول ۱ محدوده پارامترهای مورد مطالعه را نشان می‌دهد.

دبی جریان با استفاده از دبی‌سنج الکترومغناطیس (MFC300) با دقت ± 1 درصد اندازه‌گیری و کنترل شد. قطر هسته هوا در ورودی شفت قائم به صورت زیر تعیین شد:

(۱) با استفاده از ابزار مخصوص: این ابزار شامل چهار میله فلزی متعامد با قطر ۲ میلی‌متر است که بر روی این میله‌ها با رنگ‌های مختلف، فواصل ۵ میلی‌متری ایجاد شد تا محل برخورد سطح آب با



۴- نتایج و بحث

۴-۱- هسته هوا در شفت قائم

هسته هوای پایدار در ورودی شفت قائم، انتقال جریان گردابی در شفت قائم را امکان‌پذیر می‌سازد. به‌طور کلی، با افزایش دبی ورودی به سازه، سطح هسته هوا در شفت قائم کاهش می‌یابد. با تعیین نسبت قطر هسته هوا $\lambda = d^2/D^2$ (d قطر هسته هوا) در ورودی شفت قائم (شکل ۴)، به انتقال مطمئن جریان گردابی می‌توان پی برد.

به‌طور معمول لازم است برای دبی طراحی، مقدار $\lambda \geq 0.25$ باشد (Yu and Lee, 2009).

۳۸۸۰ با دقت ۰/۰۰۱ متر در ثانیه اندازه‌گیری شد. با در نظر گرفتن پروفیل سرعت از توان $\frac{1}{V}$ ، دبی هوا از معادله $Q_a = 0.8V_c A_a$ محاسبه شد که V_c سرعت مرکزی ثبت شده و A_a سطح مقطع لوله‌های هواگیر است (Zhao et al., 2006). از طرح آزمایش‌ها، به‌منظور ارزیابی توانایی روش فاکتوریل کامل در پیدا کردن اثرات عوامل اصلی (H_s/D و L/D , F_r) و اثرات متقابل بین آن‌ها بر دبی نسبی هوا در سازه ورتکس، استفاده شد. طرح آزمایش‌های روش فاکتوریل کامل با در نظر گرفتن چهار تکرار برای تمام ترکیب‌های ممکن و تعداد کل ۱۴۴ آزمایش برای مقدار واقعی عوامل، به همراه پاسخ آزمایش‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲- طرح آزمایش‌های روش فاکتوریل کامل برای مقادیر واقعی عوامل به همراه پاسخ آزمایش‌ها

Table 2. DoE of full-factorial method for actual values in addition to the response of experiments

F_r	L/D								
	10 H_s/D			13 H_s/D			16 H_s/D		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
1.77	0.053	0.065	0.099	0.072	0.048	0.069	0.192	0.162	0.135
	0.049	0.065	0.098	0.071	0.087	0.076	0.176	0.158	0.119
	0.048	0.070	0.100	0.071	0.075	0.079	0.179	0.166	0.118
	0.049	0.075	0.095	0.087	0.074	0.080	0.171	0.171	0.129
2.01	0.102	0.130	0.156	0.130	0.138	0.135	0.116	0.181	0.135
	0.082	0.129	0.151	0.109	0.138	0.122	0.080	0.172	0.145
	0.085	0.126	0.157	0.110	0.135	0.131	0.081	0.172	0.170
	0.084	0.133	0.148	0.098	0.152	0.115	0.095	0.165	0.157
2.18	0.104	0.189	0.202	0.127	0.192	0.218	0.185	0.186	0.185
	0.097	0.196	0.209	0.126	0.198	0.199	0.264	0.180	0.165
	0.085	0.168	0.208	0.086	0.212	0.205	0.278	0.170	0.178
	0.085	0.174	0.205	0.089	0.214	0.216	0.263	0.178	0.175
2.32	0.146	0.175	0.176	0.128	0.159	0.183	0.231	0.173	0.205
	0.132	0.175	0.179	0.113	0.160	0.178	0.225	0.180	0.197
	0.133	0.176	0.181	0.129	0.166	0.187	0.229	0.176	0.194
	0.134	0.172	0.183	0.125	0.172	0.189	0.230	0.178	0.198



$$\lambda = -0.4902F_a + 0.8913 \quad (8)$$

در انتهای شفت قائم، جریان ریزشی به داخل مستهلک کننده انرژی وارد می شود و ضمن تغییر جهت از جریان قائم ریزشی به جریان افقی در تونل خروجی، انرژی آن نیز به طور قابل توجهی تلف می شود. شکل ۷ جریان مشاهده شده در مستهلک کننده انرژی را به ازای دبی های متفاوت نشان می دهد. همان طور که در شکل ۷ ملاحظه می شود برای هیچ کدام از دبی های عبوری، جریان خروجی از شفت قائم در سازه مستهلک کننده انرژی مستغرق نشده است. این موضوع بیانگر آن است که همواره هسته هوا در شفت قائم، پایدار و گردش هوای مناسب در سازه برقرار است.

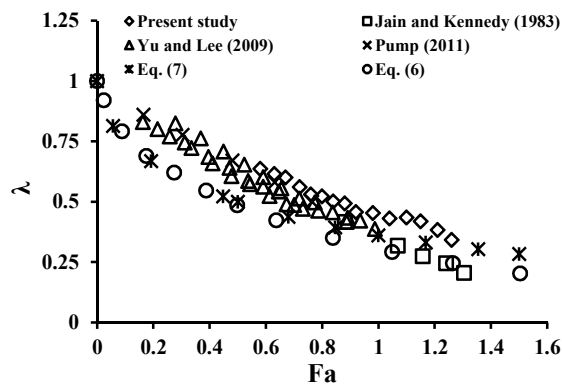


Fig. 5. Comparison of the air core diameter ratio measured results to the proposed equations
شکل ۵- مقایسه نتایج اندازه گیری شده نسبت قطر هسته هوا با روابط پیشنهادی

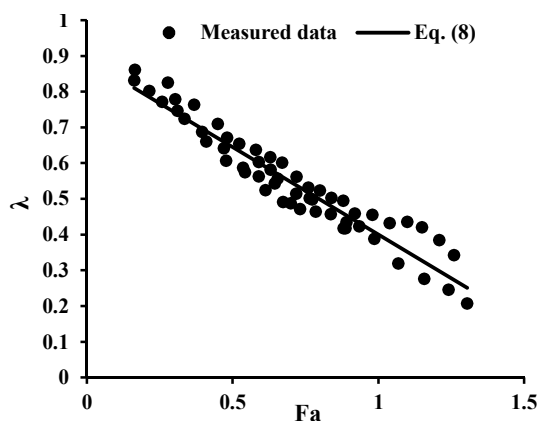


Fig. 6. Scatter plot and regression model for the air core diameter ratio experimental data
شکل ۶- نمودار پراکندگی و مدل رگرسیون برای داده های آزمایشگاهی نسبت قطر هسته هوا

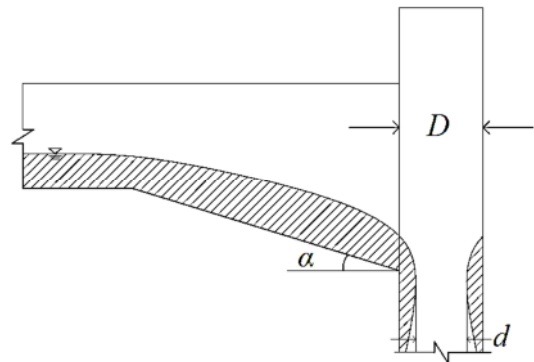


Fig. 4. Air core at the vertical shaft inlet

شکل ۴- هسته هوا در ورودی شفت قائم

$$\sqrt{\frac{(1-\lambda)^3}{2\lambda}} = \left(\frac{Q^2 e}{g\pi^3 D^6 \cos^4 \alpha} \right)^{1/3} \quad (6)$$

$$\sqrt{\frac{(1-\lambda)^3}{2\lambda^2}} = 4 \left(\frac{Q^2 e}{g\pi^3 D^6 \cos^4 \alpha} \right)^{1/3} \frac{1}{(1-e/D)} = F_a \quad (7)$$

چین در سال ۱۹۸۸ و یو ولی در سال ۲۰۰۹، معادلات ۶ و ۷ را به منظور محاسبه نسبت قطر هسته هوا ارائه کرده اند (Jain, 1988, Yu and Lee, 2009). چهار مجموعه از داده های آزمایشگاهی در شکل ۵ به صورت دسته جمعی با پیش بینی هایی از معادلات ۶ و ۷ ترسیم شده اند. داده های آزمایشگاهی شامل نتایج این پژوهش به همراه نتایج حاصل از اندازه گیری های (Yu and Lee, 2009, Jain and Kennedy, 1983) و Pump, 2011 است.

با توجه به نتایج بیان شده، پارامتر λ برای کلیه داده های آزمایشگاهی این پژوهش از مقدار حدی ۰/۲۵ بزرگ تر است. بنابراین نتیجه گرفته می شود که کاهش سطح هسته هوا برای حداکثر دبی عبوری ($Q=1.4Q_{max}$) نیز در انتقال جریان جت حلقوی به پایین دست، خللی ایجاد نمی کند. علاوه بر این، داده های مذکور مانند سایر داده های آزمایشگاهی، روند کاهش پارامتر λ با افزایش مقدار F_a را نشان می دهند.

در شکل ۶، نمودار پراکندگی برای داده های آزمایشگاهی نسبت قطر هسته هوا (λ) بر حسب مقدار F_a نشان داده شده است. همچنین با استفاده از آنالیز رگرسیون، معادله ۸ با $R^2=0.92$ بر داده های مذکور برازش داده شده است



۴-۲- مشخصات مدل پیشنهادی

تحلیل واریانس^۱ به تعیین عوامل مهم در آزمایش طرح شده کمک می‌کند و از رگرسیون در تولید یک مدل کمی که عوامل مهم را به پاسخ ربط می‌دهد، استفاده می‌شود. مدل‌های معمول رگرسیون، مدل‌های خطی، درجه دوم و درجه سوم هستند. مدل خطی ساده، زمانی به کار گرفته می‌شود که هیچ‌گونه انحنایی در پاسخ وجود نداشته باشد. برای ارزیابی انحنای، توصیف اثرات متقابل بین عوامل و تعیین یک نقطه بحرانی مانند نقطه بیشینه، کمینه یا زینی، لازم است مدل پیشنهادی شامل ترم‌های درجه دوم نیز باشد. از مدل‌های با درجه بالاتر تنها برای پیش‌بینی پدیده‌های پیچیده با دامنه تحقیقاتی گسترده استفاده می‌شود (Montgomery, 2017). در این پژوهش، پس از برازش مدل‌های خطی و غیرخطی بر داده‌های آزمایشگاهی، مدل درجه دوم زیر به منظور تخمین دبی نسبی هوا در سازه ورتکس پیشنهاد شد

$$\beta = a_0 + a_1(F_r) + a_2(L/D) + a_3(H_S/D) + a_4(F_r)(L/D) + a_5(F_r)(H_S/D) + a_6(L/D)(H_S/D) + a_7(F_r)^2 + a_8(L/D)^2 + a_9(H_S/D)^2 \quad (9)$$

که در آن

a_0 تا a_9 ضرایب برآورد شده با استفاده از روش حداقل مربعات هستند. ارزیابی مدل برازش شده، با آنالیز واریانس انجام می‌شود. مقدار ضرایب a_0 تا a_9 و نتایج آنالیز واریانس برای مدل فاکتوریل کامل، در جدول ۳ ارائه شده است. اهمیت آماری مدل و ترم‌های آن، با استفاده از p-value که مرتبط با F-value است، تعیین می‌شود. p-value های کوچک‌تر یا F-value های بزرگ‌تر، اهمیت آماری بیشتری دارند (Sangsefidi et al., 2017). به‌طور معمول تنها ترم‌های با p-value کوچک‌تر از ۰/۰۵ در مدل باقی می‌مانند (Amiri et al., 2012).

بنابراین با توجه به جدول ۳، تأثیر ترم F_r^2 به دلیل p-value بزرگ‌تر از ۰/۰۵ بر دبی نسبی هوا معنی‌دار نیست و بنابراین از مدل پیشنهادی حذف شد. در جدول ۴، علاوه بر مشخصات مدل نهایی، برخی شاخص‌های آماری مانند R^2 ، $Adj-R^2$ ، $Pred-R^2$

¹ Analysis of Variance (ANOVA)

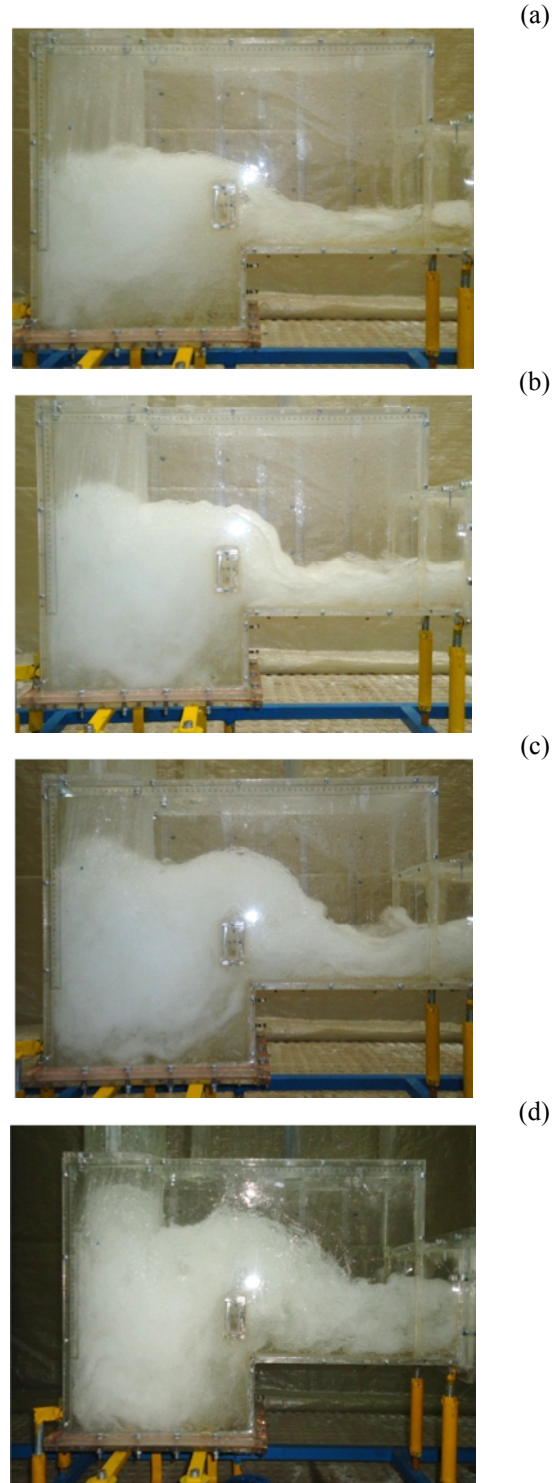


Fig. 7. Flow patterns observed in the dissipation chamber for (a) $Q=9.7$ L/s (b) $Q=14.5$ L/s, (c) $Q=19.4$ L/s, and (d) $Q=27.1$ L/s
شکل ۷- جریان مشاهده شده در مستهلک کننده انرژی برای دبی‌های مختلف (a) ۹/۷ لیتر در ثانیه، (b) ۱۴/۵ لیتر در ثانیه، (c) ۱۹/۴ لیتر در ثانیه و (d) ۲۷/۱ لیتر در ثانیه



جدول ۳- نتایج تحلیل واریانس مدل درجه دوم پیشنهادی برای دبی نسبی هوا در سازه ورتکس (مدل کلی اولیه)

Table 3. Results of ANOVA for recommended 2nd order model (basic general model)

Source	Coefficient estimate (a_i)	Sum of squares	Degree of freedom	Mean square	F-value	p-value
Model	-	0.2609	9	0.0290	37.68	<0.0001 ^S
Intercept	-0.6594	-	1	-	-	-
X ₁ : F _r	0.6361	0.1323	1	0.1323	171.93	<0.0001
X ₂ : L/D	-0.0155	0.0507	1	0.0507	65.91	<0.0001
X ₃ : H _s /D	0.0771	0.0183	1	0.0183	23.76	<0.0001
X ₁ X ₂	-0.0122	0.0054	1	0.0054	6.99	0.0092
X ₁ X ₃	0.0273	0.0030	1	0.0030	3.93	0.0496
X ₂ X ₃	-0.0076	0.0337	1	0.0337	43.83	<0.0001
X ₁ ²	-0.0873	0.0012	1	0.0012	1.59	0.2089 ^{NS}
X ₂ ²	0.0021	0.0119	1	0.0119	15.53	0.0001
X ₃ ²	-0.0098	0.0031	1	0.0031	4.02	0.0469
Residual	-	0.1031	134	0.0008	-	-

S: Significant

NS : Non Significant

جدول ۴- نتایج تحلیل واریانس مدل درجه دوم کاهش یافته (مدل نهایی)

Table 4. Results of ANOVA for reduced 2nd order model (final model)

Source	Coefficient estimate (a_i)	Sum of squares	Degree of freedom	Mean square	F-value	p-value
Model	-	0.2596	8	0.0325	42.01	<0.0001 ^S
Intercept	-0.2974	-	1	-	-	-
X ₁ : F _r	0.2799	0.1346	1	0.1346	174.20	<0.0001
X ₂ : L/D	-0.0156	0.0507	1	0.0507	65.62	<0.0001
X ₃ : H _s /D	0.0771	0.0183	1	0.0183	23.65	<0.0001
X ₁ X ₂	-0.0122	0.0054	1	0.0054	6.96	0.0093
X ₁ X ₃	0.0273	0.0030	1	0.0030	3.91	0.0501
X ₂ X ₃	-0.0076	0.0337	1	0.0337	43.64	<0.0001
X ₂ ²	0.0021	0.0119	1	0.0119	15.46	0.0001
X ₃ ²	-0.0098	0.0031	1	0.0031	4.00	0.0474
Residual	-	0.1043	135	0.0008	-	-

Model Summary Statistics

R ²	0.7134	Adj-R ²	0.6964
Pred - R ²	0.6778	Adequate precision	25.2947

دیگر ۷۱/۳۴ درصد تغییرات پاسخ با مدل نهایی شرح داده می شود.

ضریب تعیین تعدیل شده است و معمولاً برابر یا کوچک تر از R² است. Pred - R². ضریب تعیین پیش بینی است و مقدار بالای آن نشان می دهد که مدل پیشنهادی قادر است به گونه مؤثری مجموعه ای از داده های جدید را پیش بینی

Adequate precision که به طور معمول به منظور اعتبارسنجی مدل از آنها استفاده می شود، نیز ارائه شده اند. p-value برای مدل، کوچک تر از ۰/۰۰۰۱ است که نشان می دهد، مدل با سطح اطمینان بیش از ۹۹/۹۹ درصد از لحاظ آماری معنی دار است. R²=۰/۷۱۳۴ نشان دهنده مطابقت مناسب مدل نهایی برآزش داده شده بر داده های آزمایشگاهی است. به عبارت



آزمایشگاهی منطبق است. بنابراین با توجه به شکل ۷، فرضیات آنالیز واریانس، تأیید می‌شوند.

شکل ۹، داده‌های آزمایشگاهی را در مقابل مقدار پیش‌بینی شده مدل نهایی نشان می‌دهد. با توجه به پراکندگی نقاط در نزدیکی خط قطری، نتیجه گرفته می‌شود که مدل نهایی با داده‌های آزمایشگاهی سازگاری مناسبی دارد.

۳-۴- نمودارهای سطح پاسخ

با توجه به تأثیر معنی‌دار اثر متقابل F_r و L/D بر دبی نسبی هوا در جدول ۴، شکل ۱۰ به وضوح اثرات F_r و L/D را بر مقدار پاسخ نشان می‌دهد. با توجه به عدم تأثیر ترم F_r^2 بر دبی نسبی هوا، در جدول ۴ ملاحظه می‌شود که دبی نسبی هوا با افزایش F_r به صورت خطی افزایش می‌یابد. همچنین تغییرات دبی نسبی هوا در محدوده $10 \leq L/D \leq 13$ ، اندک است و در سطوح بالاتر آن، دبی نسبی هوا افزایش یافته است. علاوه بر این، ملاحظه می‌شود که تأثیر افزایشی عامل عدد فرود F_r بر دبی نسبی هوا در سطوح کوچک‌تر L/D ، بیشتر است.

در شکل ۱۱، نمودار سطح پاسخ مربوط به تأثیر متقابل F_r و H_S/D بر دبی نسبی هوا نشان داده شده است. در این شکل نیز به وضوح تأثیر افزایشی عامل عدد فرود F_r بر دبی نسبی هوا دیده می‌شود، به گونه‌ای که این تأثیر در سطوح بالاتر H_S/D ، بیشتر

نماید (Sangsefidi et al., 2017). مقدار Adequate precision نسبت سیگنال به نویز را نشان می‌دهد. مقدار مطلوب این شاخص آماری، ۴ یا بیشتر است. نسبت بزرگ تعیین شده نشان دهنده سیگنال‌های مناسب است. بنابراین مدل می‌تواند با حرکت در فضای تعریف شده، مقدار پاسخ را پیش‌بینی نماید (Ahmadi et al., 2005).

مدل نهایی معادله ۱۰، بر اساس شاخص‌های آماری بیان شده، تعیین و برای نشان دادن تغییرات دبی نسبی هوا در سازه انتخاب شد.

$$\beta = -0.2974 + 0.2799(F_r) - 0.0156(L/D) + 0.0771(H_S/D) - 0.0122(F_r)(L/D) + 0.0273(F_r)(H_S/D) - 0.0076(L/D)(H_S/D) + 0.0021(L/D)^2 - 0.0098(H_S/D)^2 \quad (10)$$

نمودارهای تشخیص خصوصیات آماری مدل، مانند نمودارهای احتمال نرمال و باقیمانده‌ها، برای ارزیابی فرضیات آنالیز واریانس استفاده می‌شوند. شکل ۸-a، نمودار احتمال نرمال باقیمانده‌ها را برای مدل نهایی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، باقیمانده‌ها در امتداد خط قطری پراکنده شده‌اند و توزیعی نرمال دارند. شکل ۸-b، نمودار باقیمانده‌ها را در برابر مقدار پیش‌بینی شده برای مدل نهایی نشان می‌دهد. قرار گرفتن نقاط در محدوده ثابتی از وسط نمودار نشان می‌دهد که این مدل، به خوبی بر داده‌های

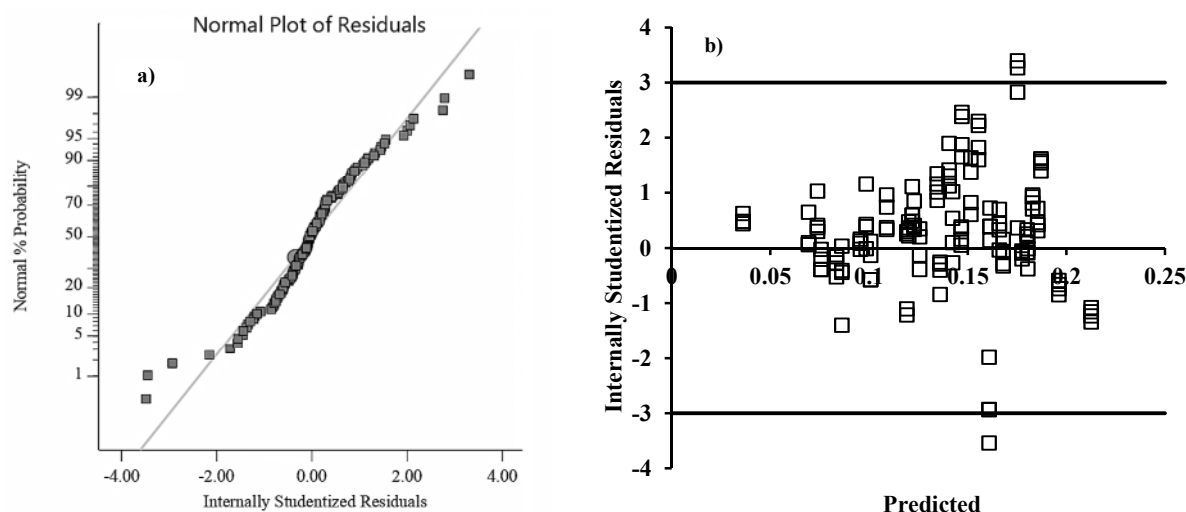


Fig. 8. Diagnostics plots of the model (a) normal probability plot (b) residuals plot
شکل ۸- نمودارهای تشخیص خصوصیات آماری مدل: (a) نمودار احتمال نرمال (b) نمودار باقیمانده



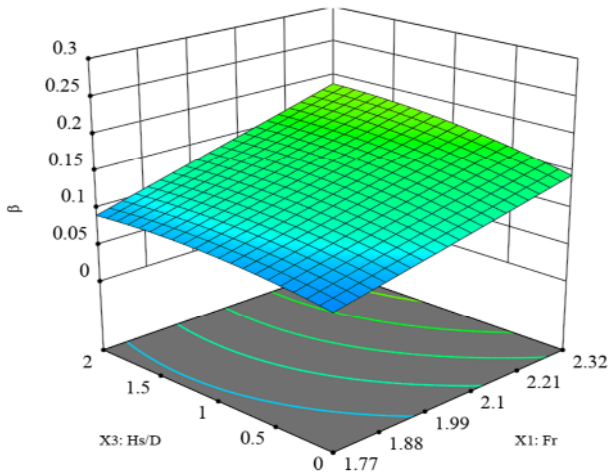


Fig. 11. Effect of F_r and H_s/D on the β ($L/D=13$)
شکل ۱۱- تأثیر F_r و H_s/D بر دبی نسبی هوا ($L/D=13$)

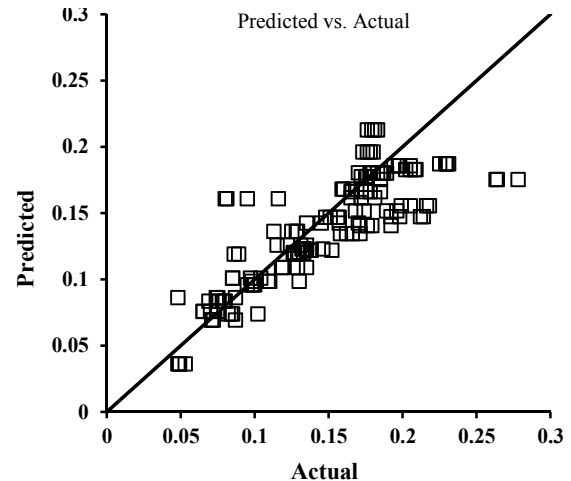


Fig. 9. Comparing the measured and predicted values of the β

شکل ۹- مقایسه مقدار اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده دبی نسبی هوا

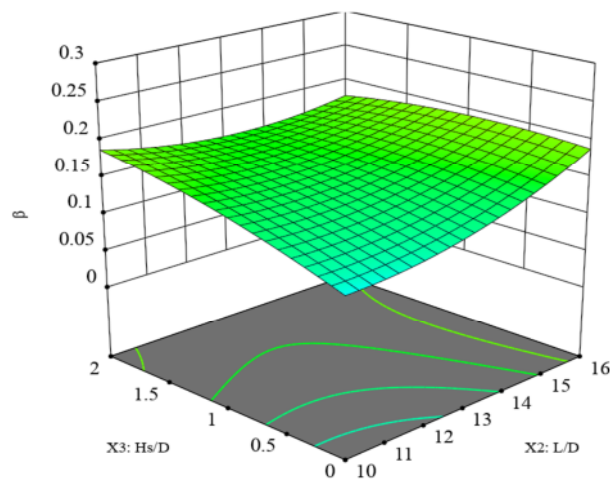


Fig. 12. Effect of L/D and H_s/D on the β ($F_r=2.18$)
شکل ۱۲- تأثیر L/D و H_s/D بر دبی نسبی هوا ($F_r=2.18$)

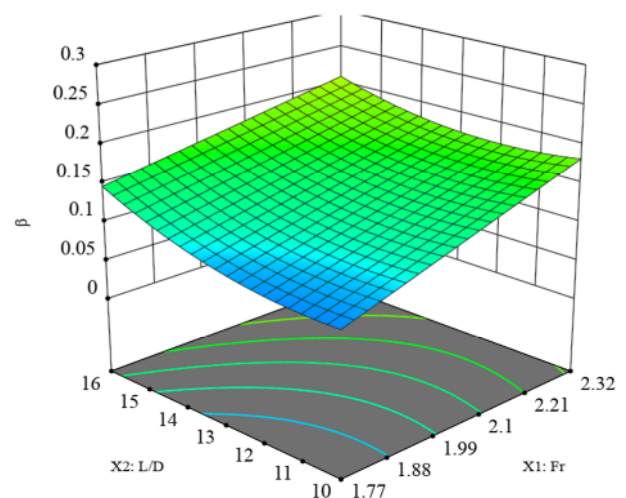


Fig. 10. Effect of F_r and L/D on the β ($H_s/D = 1$)
شکل ۱۰- تأثیر F_r و L/D بر دبی نسبی هوا ($H_s/D = 1$)

سطوح پایین، عامل L/D افزایشی و در سطوح بالاتر، عامل L/D کاهش‌ی است. همچنین، حداکثر دبی نسبی هوا در بالاترین سطوح عامل L/D و کمترین سطوح عامل H_s/D رخ می‌دهد و حداقل دبی نسبی هوا در کمترین سطوح این عوامل ایجاد می‌شود.

۴-۴- جانمایی مکان مجرای هواگیری

به‌منظور خروج هوا از سازه، از سه لوله هواگیر با قطر یکسان ۴ سانتی‌متر که محور آنها با محور شفت قائم (L_a) به‌ترتیب فواصل ۴، ۹ و ۱۴ داشته، استفاده شد (شکل ۱۳).

است. همچنین، حداکثر دبی نسبی هوا در بالاترین سطوح عدد فرود F_r و نسبت H_s/D رخ می‌دهد و حداقل دبی نسبی هوا در کمترین سطوح این عوامل ایجاد می‌شود.

تأثیر متقابل L/D و H_s/D بر دبی نسبی هوا در شکل ۱۲ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۲، مشاهده می‌شود که تأثیر هر کدام از عوامل L/D و H_s/D بر دبی نسبی هوا، در سطوح بالا و پایین عامل دیگر، برعکس است. به‌طور مثال تأثیر عامل H_s/D در



پایین و به تبع آن، کاهش خطر پدیده کاویتاسیون و خوردگی مجاری و گردش مناسب هوا در سازه می‌شود. محل مناسب استقرار مجرای هواگیری برای سازه در محدوده $4D_a$ تا $9D_a$ از محور شفت قائم پیشنهاد می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، خصوصیات هیدرولیکی سازه ورتکس در سیستم‌های فاضلاب و زهکشی شهری به صورت آزمایشگاهی بررسی شد. برای این منظور با ساخت مدل آزمایشگاهی با مقیاس ۱:۱۰ از جنس پلکسی گلاس شفاف شرایط برای مشاهده و بررسی الگوی جریان در سازه نیز فراهم شد. به منظور تعیین عوامل طرح فاکتوریل کامل، با استفاده از آنالیز ابعادی نشان داده شد که عدد فرود جریان دسترسی (F_r)، نسبت ارتفاع کل ریزش به قطر شفت (L/D) و نسبت عمق چاهک به قطر شفت (H_s/D) می‌توانند برای ارزیابی عملکرد سازه ورتکس در دبی نسبی هوا مهم باشند. ۱۴۴ آزمایش با استفاده از روش فاکتوریل کامل طراحی و آنالیز شدند. نتایج حاصل از این پژوهش به صورت زیر ارائه می‌شود:

- معادله‌ای غیرخطی به صورت تابعی از سه عامل بدون بعد F_r ، L/D و H_s/D برای تخمین دبی نسبی هوا در سازه ورتکس با $R^2=0.713$ ارائه شد. معادله پیشنهادی در محدوده $1/77$ تا $F_r=2/32$ ، 10 تا $L/D=16$ و 0 تا $H_s/D=2$ قابل استفاده است.

- برای $Q \leq 27/1$ لیتر در ثانیه نسبت قطر هسته هوا (λ) در ابتدای شفت قائم از مقدار حدی 0.25 بزرگ‌تر است و جریان دو فاز آب و هوا در شفت قائم برقرار است.

- برای $Q \leq 27/1$ لیتر در ثانیه جریان ریزشی در انتهای شفت قائم هیچ‌گاه در داخل مستهلک کننده انرژی مستغرق نمی‌شود و گردش مناسب هوا در سازه برقرار است.

- مقدار اندازه‌گیری شده دبی نسبی هوا در سازه ورتکس با افزایش عدد فرود F_r ، در تمام سطوح عامل L/D کاهش می‌یابد به گونه‌ای که این روند افزایشی در سطوح پایین‌تر عامل L/D بیشتر است.

- مقدار اندازه‌گیری شده دبی نسبی هوا در سازه ورتکس با افزایش عدد فرود F_r ، در تمام سطوح عامل H_s/D افزایش می‌یابد به گونه‌ای که این روند افزایشی در سطوح بالاتر عامل H_s/D بیشتر است.

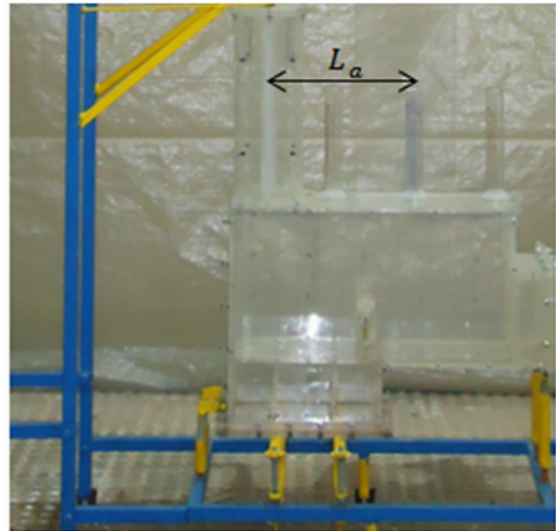


Fig. 13. Position of the air vent pipes installed on the vortex structure

شکل ۱۳- موقعیت لوله‌های هواگیر نصب شده بر روی سازه ورتکس

جدول ۵- سرعت خروج هوا از لوله‌های هواگیر (متر در ثانیه)

Table 5. Air outlet velocity of the air vent pipes (m/s)

Q (L/s)	From the axis of the vertical shaft (L_a)		
	$4D_a$	$9D_a$	$14D_a$
9.70	0.205	0.201	0.171
14.5	0.615	0.608	0.489
19.4	1.147	1.151	1.021
27.1	1.242	1.314	1.179

مقدار سرعت خروج هوا بر حسب متر بر ثانیه، از لوله‌های هواگیر برای سازه ورتکس با $L/D = 13$ و $H_s/D = 1$ در جدول ۵ ارائه شده است.

با توجه به جدول ۵، برای $Q \leq 14/5$ لیتر در ثانیه، لوله هواگیر با فاصله $4D_a$ از محور شفت قائم بیشترین، و لوله هواگیر با فاصله $14D_a$ از محور شفت قائم، کمترین سرعت هوای خروجی را دارند.

همچنین سرعت خروج هوا از لوله‌های هواگیر برای $Q \geq 19/4$ لیتر در ثانیه، به گونه‌ای است که لوله هواگیر با فاصله D_a از محور شفت قائم بیشترین و لوله هواگیر با فاصله $14D_a$ از محور شفت قائم کمترین سرعت هوای خروجی را دارند. همچنین نتایج حاصل نشان داد که به‌طور کلی لوله‌های هواگیر با فواصل $4D_a$ و $9D_a$ از محور شفت قائم کارایی تقریباً یکسان و حداکثر در خروج هوا از سازه دارند. بنابراین با توجه به اینکه خروج حداکثری جریان هوا از سازه سبب کاهش انتقال حباب‌های هوا به مجاری



۶- قدردانی

پژوهش اخیر با استفاده از منابع مالی شرکت محترم فاضلاب تهران به‌عنوان طرح تحقیقاتی مصوب سال ۱۳۹۵ شماره ۵۸۵/۱۰۰/۹۵/ص به انجام رسید که نویسندگان مقاله از همکاری آن شرکت محترم کمال تشکر را دارند. همچنین از آقای سیدرضا هاشمی نژاد که در ساخت مدل آزمایشگاهی همکاری داشتند تشکر می‌شود.

- حداکثر دبی نسبی هوا در بالاترین سطوح عامل L/D و کمترین سطوح عامل H_s/D رخ می‌دهد در حالی که حداقل دبی نسبی هوا در کمترین سطوح این عوامل ایجاد می‌شود.
- با توجه به سرعت خروج هوای حداکثر از لوله‌های هواگیر نصب شده در فواصل $4D_a$ و $9D_a$ از محور شفت قائم، بنابراین محل مناسب استقرار مجرای هواگیری برای سازه در این محدوده پیشنهاد شد.

References

- Ahmadi, M., Vahabzadeh, F., Bonakdarpour, B., Mofarrah, E. & Mehranian, M. 2005. Application of the central composite design and response surface methodology to the advanced treatment of olive oil processing wastewater using Fenton's peroxidation. *Journal of Hazardous Materials*, 123(1-3), 187-195.
- Amiri, F., Mousavi, S.M., Yaghmaei, S. & Barati, M. 2012. Bioleaching kinetics of a spent refinery catalyst using *Aspergillus niger* at optimal conditions. *Biochemical Engineering Journal*, 67, 208-217.
- Baaka, N., Haddar, W., Ben Ticha, M. & Mhenni, M.F. 2019. Eco-friendly dyeing of modified cotton fabrics with grape pomace colorant: optimization using full factorial design approach. *Journal of Natural Fibers*, 16(5), 652-661.
- Daggett, L.L. & Keulegan, G.H. 1974. Similitude conditions in free-surface vortex formations. *Journal of the Hydraulics Division*, 100(11), 1565-1581.
- Del Giudice, G., Gisonni, C. & Rasulo, G. 2010. Design of a scroll vortex inlet for supercritical approach flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 136(10), 837-841.
- Fernandes, J. & Jonatas, R. 2019. Experimental flow characterization in a spiral vortex drop shaft. *Water Science and Technology*, 80(2), 274-281.
- Granata, F. 2016. Dropshaft cascades in urban drainage systems. *Water Science and Technology*, 73(9), 2052-2059.
- Hager, W.H. 1990. Vortex drop inlet for supercritical approaching flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(8), 1048-1054.
- Hager, W.H. 2010. *Wastewater hydraulics: theory and practice*. Springer Science and Business Media, Heidelberg, Germany.
- Hasheminejad, S., Khanjani, M.J. & Barani, G.A. 2018. Utilizing modern experimental methodology to quantify jet-breaker dimension effects on drop manhole performance. *Water Science and Technology*, 78(5), 1168-1178.
- Jain, A.K., Garde, R.J. & Ranga Raju, K.G. 1978. Vortex formation at vertical pipe intakes. *Journal of the Hydraulics Division*, 104(10), 1429-1445.
- Jain, S.C. 1988. Air transport in vortex-flow drop shafts. *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(12), 1485-1497.
- Jain, S.C. & Kennedy, J.F., 1983. *Vortex-flow drop structures for the Milwaukee metropolitan sewerage district inline storage system* (No. 264). Iowa Institute of Hydraulic Research, the University of Iowa.
- Kabagire, K.D. & Yahia, A. 2018. Modelling the properties of pervious concrete using a full-factorial design. *Road Materials and Pavement Design*, 19(1), 1-17.





- Laoun, B., Kasat, H.A., Ahmad, R. & Kannan, A.M. 2018. Gas diffusion layer development using design of experiments for the optimization of a proton exchange membrane fuel cell performance. *Energy*, 151, 689-695.
- Liu, Z.P., Guo, X.L., Xia, Q.F., Fu, H., Wang, T. & Dong, X.L. 2018. Experimental and numerical investigation of flow in a newly developed vortex drop shaft spillway. *Journal of Hydraulic Engineering*, 144(5), 04018014.
- Ma, Y., Zhu, D.Z. & Rajaratnam, N. 2016. Air entrainment in a tall plunging flow dropshaft. *Journal of Hydraulic Engineering*, 142(10), 04016038.
- Ma, Y., Zhu, D.Z., Yu, T. & Liu, Y. 2018. Assessing the effectiveness of an airshaft for dropshaft air recirculation and depressurization. *Journal of Hydro-Environment Research*, 18, 49-62.
- Mahmoudi-Rad, M. & Khanjani, M.J. 2019. Energy dissipation of flow in the vortex structure: experimental investigation. *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 10(4), 04019027.
- Montgomery, D.C. 2017. *Design and analysis of experiments*. 9th Ed., John Wiley and Sons, Arizona State University.
- Mulligan, S., Casserly, J. & Sherlock, R. 2016. Effects of geometry on strong free-surface vortices in subcritical approach flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 142(11), 04016051.
- Ogihara, K. & Kudou, T. 1996. Theoretical analysis of air-entrained flow in vertical drop shafts of the channel in urban drainage system. In *Managing Water: Coping with Scarcity and Abundance*. ASCE. 69-74.
- Padulano, R. & Del Giudice, G. 2018. Vertical drain and overflow pipes: literature review and new experimental data. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 144(6), 04018010.
- Pfister, M., Crispino, G., Fuchsmann, T., Ribi, J.M. & Gisonni, C. 2018. Multiple inflow branches at supercritical-type vortex drop shaft. *Journal of Hydraulic Engineering*, 144(11), 05018008.
- Pump, C.N. 2011. Air entrainment relationship with water discharge of vortex drop structures. MSc Thesis, Dept. of Civil and Environmental Engineering, University of Iowa, USA.
- Sangsefidi, Y., Mehraein, M., Ghodsian, M. & Motalebizadeh, M.R. 2017. Evaluation and analysis of flow over arced weirs using traditional and response surface methodologies. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(11), 04017048.
- Yu, D. & Lee, J.H. 2009. Hydraulics of tangential vortex intake for urban drainage. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135(3), 164-174.
- Zhao, C.H., Zhu, D.Z., Sun, S.K. & Liu, Z.P. 2006. Experimental study of flow in a vortex drop shaft. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(1), 61-68.

