

# بهینه‌سازی مکانیابی ایستگاههای پایش کیفی منابع آب زیرزمینی با استفاده از تئوری آنتروپی

فریبرز معصومی<sup>۱</sup>

رضا کراچیان<sup>۲</sup>

(دریافت ۸۵/۱۲/۲۰ پذیرش ۸۶/۸/۲۸)

## چکیده

ارزیابی کارآیی سامانه‌های پایش کیفی منابع آب و بهبود مؤلفه‌های مختلف این سامانه‌ها مانند مکانیابی بهینه ایستگاههای پایش از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. دلیل اصلی اهمیت این موضوع، هزینه‌های قابل توجه این سامانه‌ها می‌باشد. به طوری که کاهش اطلاعات مازاد می‌تواند در کاهش هزینه‌های سامانه، بدون کاهش میزان و دقت اطلاعات حاصل، تأثیر قابل توجهی داشته باشد. همچنین پیشنهاد تأسیس ایستگاههای جدید می‌تواند کمبودهای اطلاعاتی را پوشش دهد. سامانه‌های منابع آب و محیط زیست معمولاً سامانه‌هایی پیچیده و غیرخطی می‌باشند و تقریباً در هیچ یک از این سامانه‌ها، اطلاعات کافی برای توصیف رفتارهای احتمالی وجود ندارد. تئوری آنتروپی، یکی از روش‌های موجود برای ارزیابی عدم قطعیت موجود در سامانه‌های منابع آب با استفاده از اطلاعات محدود موجود می‌باشد. در این مقاله سعی شده است با استفاده از تئوری آنتروپی گستته، کارآیی سامانه پایش کیفی منابع آب زیرزمینی دشت تهران ارزیابی شود و یک روش جدید برای بهنگام‌سازی موقعیت ایستگاههای پایش ارائه گردد. در روش پیشنهادی، یک منحنی که نشان دهنده شاخص انتقال اطلاعات بر حسب منحنی T-D برای تمامی ایستگاهها است، برای هر متغیر کیفی محاسبه و ترسیم می‌شود. برای در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در مشخصات این منحنی، از تئوری مجموعه‌های فازی استفاده می‌شود. یک مدل الگوریتم ژنتیک هیبریدی نیز برای بهینه کردن فاصله بین ایستگاههای پایش کیفی با توجه به وزن و اهمیت نسبی هر یک از متغیرهای کیفی شاخص ارائه می‌گردد. نتایج حاصل از این مقاله نشان دهنده کارآیی مناسب الگوریتم پیشنهادی در ارزیابی و بهنگام‌سازی سامانه‌های پایش کیفی منابع آب زیرزمینی می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** سامانه پایش کیفی، منابع آب زیرزمینی، متغیرهای کیفی، تئوری آنتروپی گستته، تئوری مجموعه‌های فازی، الگوریتم ژنتیک.

## Optimal Groundwater Monitoring Network Design Using the Entropy Theory

Fariborz Masoumi<sup>1</sup> Reza Kerachian<sup>2</sup>

(Received Mar. 11, 2007 Accepted Nov. 19, 2007)

### Abstract

This paper presents a methodology for optimal design of groundwater monitoring networks using the criteria of maximizing information and minimizing monitoring cost. The measure of Transinformation in the Discrete Entropy Theory is used for quantifying the efficiency of the monitoring network. The existing uncertainty in the Transinformation-Distance (T-D) curve is incorporated using the fuzzy set theory. The fuzzy T-D curve is then used in a multi-objective GA-based optimization model, which provides the best locations for monitoring stations. The proposed methodology is applied to

- Graduate Research Assistant, Department of Civil Engineering, University of Tehran, Tehran.
- Assistant Professor of Civil Engineering and Affiliate Member of Center of Excellence for Infrastructural Engineering and Management, University of Tehran, Tehran, kerachian@ut.ac.ir

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران  
۲- استادیار و عضو قطب علمی مهندسی و مدیریت زیر ساخت ها، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، kerachian@ut.ac.ir

groundwater resources in the southern part of Tehran, Iran. The results show the applicability and the efficiency of the model for the optimal design of groundwater monitoring systems.

**Keywords:** Groundwater Quality Monitoring, Discrete Entropy, Transinformation, Fuzzy Set Theory, Genetic Algorithm.

تاریخچه کاربرد تئوری آنتروپی در علوم مهندسی انجام داد [۲]. در زمینه طراحی سامانه‌های پایش کیفی، مطالعات متعددی انجام شده است. به عنوان مثال اسلو و تانریوْر<sup>۳</sup> در سال ۱۹۷۹ تلاش‌هایی در زمینه استفاده از آنتروپی در تعیین فواصل بهینه مکانی و زمانی جمع‌آوری اطلاعات در سامانه‌های پایش انجام دادند [۳]. هارمانسیوگلو<sup>۴</sup> در سال ۱۹۸۱ تحقیقاتی را در زمینه انتقال اطلاعات (همبستگی اطلاعات) بین دو دسته اطلاعات مشاهداتی از دو ایستگاه پایش حجم آب انجام داد [۴]. کراستانوویچ<sup>۵</sup> و سینگ در سال ۱۹۹۲ از تئوری آنتروپی مرزی برای ترسیم نقشه‌های خطوط هم بارش و ارزیابی شبکه باران سنجی استفاده نمود [۵].

یانگ و برن<sup>۶</sup> در سال ۱۹۹۴ کارآیی روش کریجینگ آماری و شاخص آنتروپی مشترک<sup>۷</sup> در زمینه ارزیابی ایستگاه‌های اندازه‌گیری بارش را مقایسه کردند [۶]. ازکل<sup>۸</sup> و همکاران در سال

<sup>3</sup> Uslu and Tanriover

<sup>4</sup> Harmancioglu

<sup>5</sup> Krastanovic

<sup>6</sup> Yang and Burn

<sup>7</sup> Joint Entropy

<sup>8</sup> Ozkul

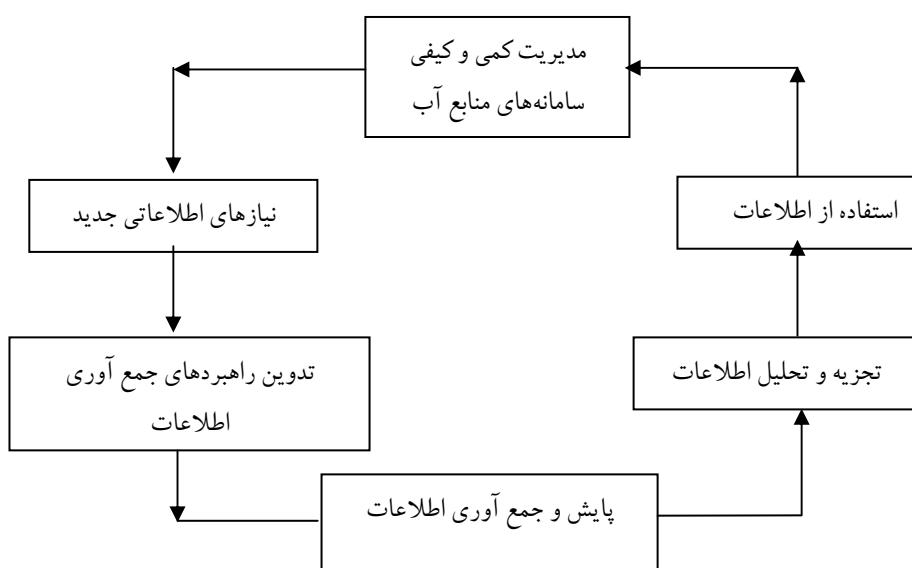
## ۱- مقدمه

طراحی سامانه‌های پایش کیفی منابع آب همواره به عنوان یکی از موضوعات پیچیده در زمینه منابع آب و محیط زیست مطرح بوده است. زیرا باید مسائل مختلفی همچون توالیهای مکانی و زمانی نمونه‌برداری‌ها و نیز انتخاب متغیرهای کیفی شاخص در آن مورد توجه قرار گیرند. طراحی این سامانه‌ها برای دستیابی به اطلاعات پایه کمی و کیفی صورت می‌گیرد، در حالی که فرآیند طراحی خود نیازمند این اطلاعات پایه است. بنابراین طراحی این سامانه‌ها طی یک فرآیند تکراری صورت می‌گیرد. شکل ۱، الگوریتم طراحی و بهنگام سازی سامانه‌های پایش کمی و کیفی منابع آب را نشان می‌دهد.

استفاده از تئوری آنتروپی به عنوان یک روش آماری به قبل از قرن بیستم بر می‌گردد. ولی به دلیل پیچیدگی‌های مفهومی و مشکلات محاسباتی این روش، محققان در نیمه اول قرن بیستم رغبت چندانی به استفاده از آن نداشتند. شانون<sup>۱</sup> در سال ۱۹۴۸ در زمینه استفاده از این تئوری در زمینه‌های مختلف مهندسی از جمله ارزیابی سری‌های زمانی داده‌های اقتصادی و اکولوژیکی تحقیقات گسترده‌ای انجام داد [۱]. سینگ<sup>۲</sup> در سال ۱۹۹۷ نیز یک مطالعه جامع بر روی

<sup>1</sup> Shannon

<sup>2</sup> Singh



شکل ۱- الگوریتم طراحی و بهنگام سازی سامانه‌های پایش کمی و کیفی منابع آب

## ۲- تئوری آنتروپی

شانون در سال ۱۹۴۸ نشان داد که وقایع با احتمال وقوع زیاد اطلاعات کمتری در اختیار می‌گذارند و بر عکس هر چقدر احتمال وقوع یک رخداد کمتر باشد، اطلاعات حاصل از آن بیشتر است. با به دست آوردن اطلاعات جدید، در واقع عدم قطعیتها را کاهش داده‌ایم و ارزش اطلاعات جدید برابر با مقداری است که از عدم قطعیت کاسته شده است. در نتیجه عدم قطعیت و اطلاعات پارامترهایی وابسته به هم هستند. به عبارت دیگر، از تئوری آنتروپی می‌توان به عنوان شاخصی برای کمی کردن میزان عدم آگاهی و دانش نسبت به مشخصات یک سامانه، استفاده کرد. برای تجزیه و تحلیل اطلاعات، انواع مختلف شاخصهای اندازه‌گیری میزان آنتروپی به شرح زیر تعریف شده‌اند:

- ۱- آنتروپی مرزی<sup>۴</sup>
- ۲- آنتروپی مشترک
- ۳- آنتروپی شرطی<sup>۵</sup>
- ۴- آنتروپی انتقال اطلاعات<sup>۶</sup>

در یک تقسیم‌بندی دیگر هر کدام از آنتروپی‌های اشاره شده در بالا را می‌توان به دو دسته آنتروپی گستره و پیوسته تقسیم‌بندی نمود. در ذیل به تعریف مختصر هر کدام از شاخصهای آنتروپی در دو حالت پیوسته و گستره خواهیم پرداخت.

### ۲- آنتروپی پیوسته

۱- آنتروپی مرزی: فرض کنید یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع توزیع چگالی احتمال  $f(x)$  داشته باشیم، در این صورت احتمال اینکه  $x$  در آینه زیربخش (بازه) قرار داشته باشد، عبارت است از:

$$P(x_i) = P(x_i - \frac{\Delta x}{2} \leq x \leq x_i + \frac{\Delta x}{2}) = \int_{x_i - (\Delta x/2)}^{x_i + (\Delta x/2)} f(x) dx \quad (1)$$

اگر  $p(x)$  را در معادله  $H(x) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \ln p(x_i)$  که توسط شانون در سال ۱۹۴۸ به عنوان تعریف آنتروپی مرزی ارائه شد، قرار دهیم خواهیم داشت:

$$H(x) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln f(x) dx \quad (2)$$

بنابراین،  $H$  بیان کننده مقدار عدم قطعیتی است که در ساختار احتمالاتی متغیر  $x$  وجود دارد. به عبارتی این عدم قطعیت را می‌توان با شاخص  $H$  کمی نمود.

۲۰۰۰ موفق شدند با استفاده از تئوری آنتروپی پیوسته، روشی برای ارزیابی سامانه پایش کیفی رودخانه‌ها ارائه دهند [۷]. روش پیشنهادی آنها تنها برای حذف ایستگاههای کیفی مازاد کاربرد دارد، موغیر<sup>۱</sup> و سینگ در سال ۲۰۰۲ نیز با استفاده از نقشه‌های خطوط همسان آنتروپی مرزی، روشی برای ارزیابی سامانه‌های پایش کیفی آبهای زیرزمینی ارائه دادند [۸]. هوشین<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۹ و بویسو<sup>۳</sup> و همکاران در سال ۱۹۹۹ تلاش نمودند یک چارچوب کلی برای طراحی سامانه‌های پایش با استفاده از تئوری آنتروپی ارائه دهند [۹ و ۱۰]. کارآموز و همکاران در سال ۲۰۰۶ ضمن به کارگیری روش آنتروپی پیوسته در ارزیابی سامانه‌های پایش رودخانه‌ها، با تلفیق روش آنتروپی و یک مدل شبیه‌سازی کیفی، موقعیت ایستگاههای جدیدی را نیز برای بهبود عملکرد سامانه پایش ارائه دادند [۱۱]. تمامی مطالعات فوق با استفاده از تئوری آنتروپی پیوسته انجام شده است و همان طور که در قسمت بعدی توضیح خواهیم داد در آنتروپی پیوسته فرض بر این است که اطلاعات از توزیع احتمالاتی نرمال یا لوگ نرمال پیروی می‌کنند. اگرچه این فرض در بسیاری از موارد نادرست است. موغیر و سینگ در سال ۲۰۰۳ و موغیر و همکاران در سال ۲۰۰۴ روشی برای ارزیابی سامانه پایش آبهای زیرزمینی با استفاده از تئوری آنتروپی گستره پیشنهاد دادند [۱۲ و ۱۳]. در این مطالعات فاصله بهینه بین ایستگاههای پایش کیفی برای هر متغیر کیفی ارائه می‌شود. ولی روشی برای مکانیابی بهینه ایستگاهها ارائه نشده است. معصومی و کراچیان در سال ۱۳۸۵ با استفاده از تئوری آنتروپی گستره، روشی برای ارزیابی کارآیی سامانه پایش آبهای زیرزمینی ارائه دادند [۱۴].

در این مقاله سعی شده با استفاده از تئوری آنتروپی گستره، سامانه پایش کیفی قسمتی از آبخوان دشت تهران ارزیابی و ساختار جدیدی برای بهنگام سازی موقعیت ایستگاههای پایش ارائه شود. برای طراحی بهنگام سازی از نتایج حاصل از تئوری آنتروپی در یک مدل بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک هیریدی استفاده شده است. برای در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در مشخصات منحنی انتقال اطلاعات بر حسب فاصله، از تئوری مجموعه‌های فازی استفاده گردید. مدل پیشنهادی در ارزیابی و بهنگام سازی سامانه پایش کیفی آبخوان تهران مورد استفاده قرار گرفت. نتایج مدل، نشان دهنده کارآیی مناسب آن در طراحی و بازنگری سامانه‌های پایش کیفی منابع آب می‌باشند.

<sup>4</sup> Marginal Entropy

<sup>5</sup> Conditional Entropy

<sup>6</sup> Transinformation Entropy

<sup>1</sup> Mogheir

<sup>2</sup> Husian

<sup>3</sup> Bueso

#### ۴- آنتروپی انتقال اطلاعات :

$$T(x,y) = - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} p(x_i, y_j) \ln \left[ \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)p(y_j)} \right] \quad (11)$$

که در روابط بالا  $p(x)$  احتمال روی دادن،  $p(x,y)$  احتمال روی دادن مشترک  $x$  و  $y$  و  $p(y|x)$  احتمال رخداد  $x$  به شرط  $y$  می باشد.

#### ۲-۳- تفاوت آنتروپی های پیوسته و گسسته

در آنتروپی پیوسته، فرض بر این است که توزیع احتمالاتی متغیرها، از توزیع نرمال یا لوگ نرمال پیروی می کند ولی در حالت گسسته با توجه به بازه تغییرات مقادیر متغیرها، اطلاعات مشاهداتی موجود گستاخانه سازی شده و جدولهای توزیع فراوانی مشاهداتی متغیرها تهیه می شوند. سپس با استفاده از جدولها، مقادیر احتمال رخداد در هر حالت محاسبه می شود. بنابراین نوعتابع توزیع چگالی احتمال اهمیتی ندارد. مطالعات اخیر همچون مطالعه موغير و سینگ در سال ۲۰۰۳ نشان داده است که تابع توزیع احتمال بسیاری از متغیرهای کمی و کیفی در سامانه های منابع آب از توزیعهای نرمال یا لوگ نرمال تبعیت نمی کنند [۱۲]. بنابراین استفاده از آنتروپی گسسته راهی برای اصلاح این نقیصه مهم در کاربرد آنتروپی است. در این تحقیق نیز از تئوری آنتروپی گسسته در تلفیق با یک مدل بهینه سازی برای ارزیابی و بهنگام سازی سامانه های پایش کیفی منابع آب زیرزمینی استفاده می شود.

#### ۳- روش انجام کار

در این روش از شاخص آنتروپی انتقال اطلاعات در حالت گسسته (رابطه ۱۱) برای ارزیابی انتقال اطلاعات مازاد سامانه استفاده می شود. جدول توزیع فراوانی مشاهدات متغیرها به صورت جدول ۱ است. اعداد داخل جدول، تعداد مشاهدات را زمانی که متغیرهای  $x$  و  $y$  در بازه هایی مشخص قرار دارند، نشان می دهند.

در تشکیل این جدول، باید بازه تغییرات هر یک از متغیرهای  $x$  و  $y$  به ترتیب به ۷ و ۱۱ بازه تقسیم شود. رابطه زیر معمولاً برای تعیین تعداد بازه ها استفاده می شود:

$$NCI = 1 + 1.33 \ln(n) \quad (12)$$

در این رابطه،  $n$  تعداد مشاهدات در سری زمانی متغیر مورد نظر است. بعد از محاسبه تعداد بازه ها، سری زمانی دو ایستگاهی که قرار است جدول توزیع احتمالشان بررسی شود، ترسیم شده و با مشاهده تعداد تکرارها در هر بازه، جدول ۱ تکمیل می شود. به عنوان مثال برای دو ایستگاه شماره ۲۷ و شماره ۴۷ که اطلاعات کیفی

۲- آنتروپی مشترک: آنتروپی مشترک دو متغیر  $x$  و  $y$  به صورت  $H(x,y)$  بیان می شود و مقدار آن اگر  $x$  و  $y$  غیر وابسته باشند، برابر است با:

$$H(x,y) = H(x) + H(y) \quad (3)$$

که  $H(x)$  و  $H(y)$  آنتروپی مرزی  $x$  و  $y$  می باشند. اگر  $x$  و  $y$  وابسته باشند:

$$H(x,y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \ln f(x,y) dx dy \quad (4)$$

که  $f(x,y)$  تابع توزیع چگالی احتمال مشترک  $x$  و  $y$  می باشد.

۳- آنتروپی شرطی: آنتروپی شرطی  $x$  به شرط  $y$  بیان کننده عدم قطعیت باقیمانده در  $x$  به شرط معلوم بودن  $y$  می باشد:

$$H(x|y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x|y) \ln f(x|y) dx dy \quad (5)$$

که  $f(x|y)$  تابع توزیع چگالی احتمالی  $x$  به شرط  $y$  می باشد.

۴- آنتروپی انتقال اطلاعات: نوعی دیگر از آنتروپی است که برابر با تفاضل مجموع آنتروپی های مرزی و آنتروپی های مشترک می باشد. آنتروپی انتقال اطلاعات بین دو متغیر  $x$  و  $y$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$T(x,y) = H(x) + H(y) - H(x,y) \quad (6)$$

$$T(x,y) = T(y,x) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \ln \left( \frac{f(x,y)}{f(x)f(y)} \right) dx dy \quad (7)$$

را همچنین می توان به صورت محتوا اطلاعات مشترک  $x$  و  $y$  تعریف کرد. شکل ۲، به طور ساده انواع حالت های آنتروپی را نشان می دهد.

#### ۲-۲- آنتروپی گسسته

تعريف شاخصهای آنتروپی گسسته مشابه آنتروپی پیوسته است. تنها تفاوت در شکل معادلات است که در حالت گسسته به صورت زیر می باشد:

۱- آنتروپی مرزی:

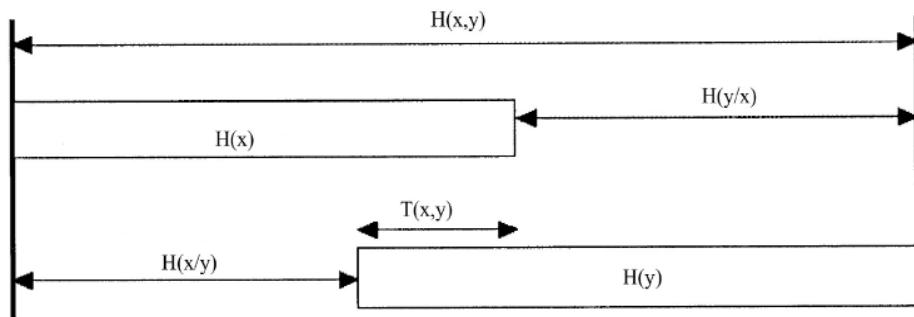
$$H(x) = - \sum_{i=1}^{\infty} p(x_i) \ln p(x_i) \quad (8)$$

۲- آنتروپی مشترک:

$$H(x,y) = - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} p(x_i, y_j) \ln p(x_i, y_j) \quad (9)$$

۳- آنتروپی شرطی:

$$H(x|y) = - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} p(x_i|y_j) \ln p(x_i|y_j) \quad (10)$$



شکل ۲- نمایش ساده انواع آنتروپی ها

جدول ۱- توزیع فراوانی مشاهدات متغیرها

y						
مجموع	u	.....	3	2	1	گروهها
$f_1$	$f_{1u}$	.....	$f_{13}$	$f_{12}$	$f_{11}$	1
$f_2$	$f_{2u}$	.....	.....	$f_{22}$	$f_{21}$	2
$f_3$	$f_{3u}$	.....	.....	.....	$f_{31}$	3
.....	.....	.....	.....	.....	.....	x
$f_v$	$f_{vu}$	.....	$f_{v3}$	$f_{v2}$	$f_{v1}$	v
$f_u$	.....	$f_{.3}$	$f_{.2}$	$f_{.1}$		مجموع

#### ۴- ساختار مدل بهینه سازی پیشنهادی

در این مقاله، برای در نظر گرفتن عدم قطعیتهای موجود در ساختار منحنی برآذش یافته به نمودار انتقال اطلاعات- فاصله از تصوری مجموعه های فازی استفاده شده است. آکتر و سیمونویچ<sup>۱</sup> در سال ۲۰۰۴ یک روش جدید برای فازی کردن تابع هدف در مسائلی که در شکل منحنی تابع هدف عدم قطعیت وجود دارد، ارائه نمودند [۱۵]. آنها با استفاده از یک تابع عضویت مثلثی فازی برای منحنی خسارت (تابع هدف) مسئله بهره برداری از مخزن یک بازه اطمینان (باند) را در نظر گرفتند.

همان طور که در شکل ۴ دیده می شود، در این مقاله نیز با استفاده از ایده فوق، یک تابع عضویت مثلثی برای ساختار منحنی انتقال اطلاعات - فاصله (منحنی T-D) در نظر گرفته می شود. دلیل در نظر گرفتن این تابع عضویت فازی، پراکندگی نقاط حول منحنی برآذش داده شده انتقال اطلاعات فاصله می باشد و در مورد شکل واقعی منحنی عدم قطعیت وجود دارد.

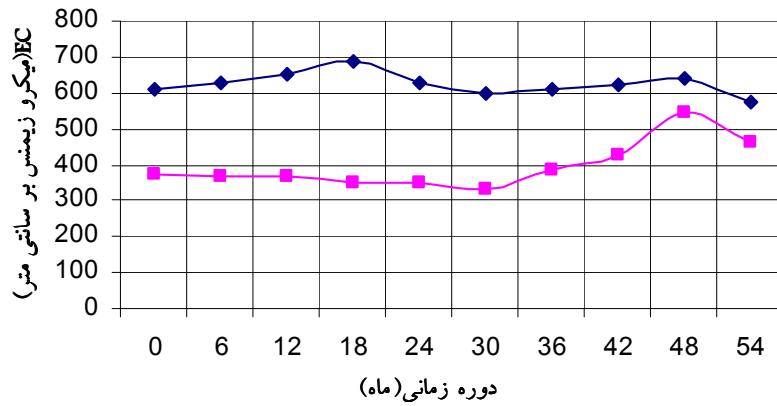
اهداف اصلی در مدل بهینه سازی پیشنهادی برای مکان یابی بهینه ایستگاههای پایش عبارت است از :

۱- بیشینه کردن درجه تعلق تابع عضویت فازی ( $f$  در شکل ۴):

آنها در شکل ۳ نشان داده شده است، جدول فراوانی مشاهدات به صورت جدول ۲ می باشد.

جدول توزیع احتمالات دو ایستگاه از تقسیم مقادیر جدول توزیع فراوانی بر  $n$  (تعداد اطلاعات در سری زمانی ایستگاهها) به دست می آید. جدول ۳ توزیع احتمالات مربوط به دو ایستگاه فوق را نشان می دهد. در این روش ابتدا برای دو ایستگاه، جدولهای ۱ و ۲ تشکیل داده می شود و سپس مقدار آنtronپی انتقالی گستته با استفاده از رابطه ۱۱ محاسبه می گردد. این کار برای هر جفت از ایستگاههای موجود تکرار شده و سپس نمودار کل آنtronپی های محاسبه شده بین ایستگاهها بر حسب فاصله بین ایستگاهها رسم می گردد. سپس بهترین منحنی به نقاط نمودار برآذش داده می شود (منحنی T-D). جایی که منحنی برآذش داده شده تقریباً به حالت ثابت می رسد، انتخاب می گردد. نقطه انتخابی نقطه ای است که منحنی برآذش داده شده به حدود ۹۵٪ مقدار مجانب خود رسیده است. فاصله مربوط به نقطه انتخابی از محور  $z$  ها در واقع همان فاصله ای است که انتقال اطلاعات بیش از آن صورت نمی گیرد و در فواصل بیشتر از آن کمبودهای اطلاعاتی وجود خواهد داشت. بنابراین، این مقدار بهینه ترین فاصله بین دو ایستگاه پایش در آن منطقه می باشد.

<sup>1</sup> Akter and Simonovic



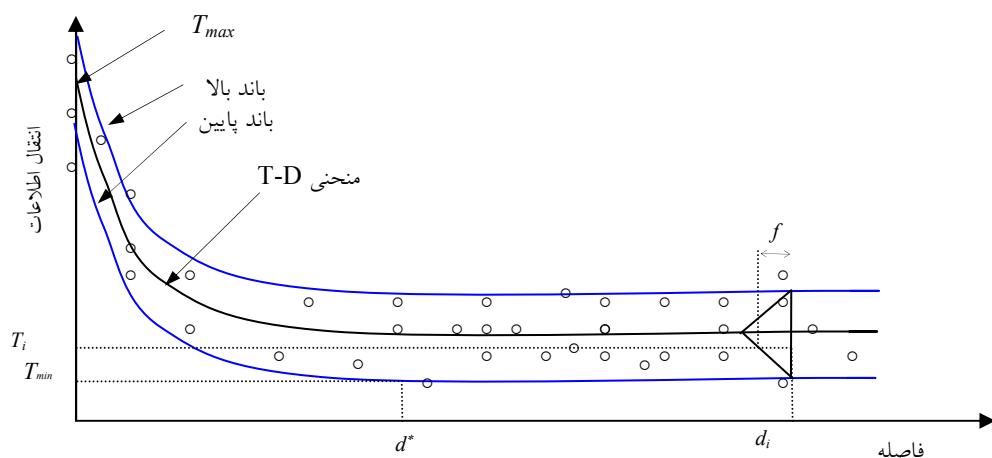
شکل ۳- سری زمانی مربوط به آمار ایستگاههای شماره ۲۷ و ۴۷

جدول ۲- توزیع فراوانی متغیرهای دو ایستگاه نمونه (اعداد نشان دهنده تعداد مشاهدات می باشد)

مجموع مشاهدات	$661 < x \leq 690$	$633 < x \leq 661$	$605 < x \leq 633$	$577 < x \leq 605$	مجموع مشاهدات
۲	.	۱	.	۱	$330 < x \leq 388$
۵	.	۰	۲	۳	$388 < x \leq 446$
۲	۱	۰	۰	۱	$446 < x \leq 505$
۱	.	۰	۰	۱	$505 < x \leq 565$
۱۰	۱	۱	۲	۶	

جدول ۳- توزیع آماری احتمال رخداد دو ایستگاه

مجموع احتمالات	$661 < x \leq 690$	$633 < x \leq 661$	$605 < x \leq 633$	$577 < x \leq 605$	مجموع احتمالات
.۰/۲	.	.۰/۱	.	.۰/۱	.۳۳۰ < x < .۳۸۸
.۰/۵	.	۰	.۰/۲	.۰/۳	.۳۸۸ < x < .۴۴۶
.۰/۲	.۰/۱	۰	۰	.۰/۱	.۴۴۶ < x < .۵۰۵
.۰/۱	.	۰	۰	.۰/۱	.۵۰۵ < x < .۵۶۵
۱	.۰/۱	.۰/۱	.۰/۲	.۰/۶	



شکل ۴- ساختار فازی تابع هدف مدل پیشنهادی

تعداد متغیرهای کیفی شاخص،  $T_i$  میزان شاخص انتقال اطلاعات برای ایستگاه پتانسیل  $\alpha_1$ ،  $L_2$  و  $L_3$  مقادیر توابع هدف دوم و سوم،  $\alpha_k$  وزن نسبی متغیر کیفی شاخص  $k$  ام و  $F(d_i, f)$  تابعی می‌باشد که بر اساس مقدار  $d_i$  و  $f$  و با توجه به شکل تابع عضویت فازی، مقدار انتقال اطلاعات ( $T_i$ ) را به دست می‌دهد (شکل ۴). رابطه ۱۳ تابع هدف مدل بهینه‌سازی را نشان می‌دهد که مقادیر استاندارد و وزن دهنی شده درجه تعلق فازی، شاخص انتقال اطلاعات و شاخص پوشش حداکثر شبکه را در بر می‌گیرد. رابطه ۱۴ مقدار تابع هدف دوم را نشان می‌دهد که مقدار آن بین صفر تا یک می‌باشد. هرچقدر  $\bar{L}_2$  به یک نزدیکتر شود میزان اطلاعات مشترک (اطلاعات انتقالی) بین ایستگاهها کمتر خواهد بود. رابطه ۱۵ مقدار تابع هدف سوم را نشان می‌دهد که هرچقدر به یک نزدیکتر باشد، پوشش شبکه بیشتر خواهد بود. روابط ۱۶ و ۱۷ مقادیر توابع هدف دوم و سوم را برای هر ایستگاه  $i$  و متغیر کیفی  $k$  نشان می‌دهند. روابط ۱۸ و ۱۹ نشان می‌دهند که مجموع ایستگاههای پیشنهادی لازم است برابر با  $n$  باشد. رابطه ۲۰ بر اساس تابع عضویت مثلثی فازی به ازای میزان  $d_i$  و درجه تعلق  $f$  مقدار  $T_i$  را به دست می‌دهد (شکل ۴). روابط ۲۱ و ۲۲ نشان می‌دهند که مجموع وزن‌های نسبی لازم است برابر با یک باشد.

برای طراحی مجدد شبکه پایش کیفی فوق مدل الگوریتم ژنتیک قابلیت مناسبی دارد. در این مدل پیشنهادی، تعداد زیادی ایستگاه پتانسیل شامل ایستگاههای قبلی به برنامه پیشنهاد می‌گردد. در مدل پیشنهادی بر پایه الگوریتم ژنتیک هیبریدی، طول هر کروموزوم برای مجموع تعداد ایستگاههای اولیه و تعداد ایستگاههای پتانسیل به علاوه یک ژن برای درجه عضویت تابع فازی در نظر گرفته می‌شود. ساختار کلی ژن‌های کروموزوم‌های مدل الگوریتم ژنتیک و ژن‌های مربوطه که نشان دهنده متغیرهای تصمیم مسئله می‌باشد، در شکل ۵ نشان داده شده است.

برنامه الگوریتم ژنتیک به هر ژن مربوط به ایستگاههای پایش پتانسیل یکی از اعداد صفر یا یک را نسبت می‌دهد که عدد یک معرف وجود ایستگاه در آن نقطه و عدد صفر نشان دهنده عدم وجود ایستگاه است. تعداد کل ایستگاهها به عنوان محدودیت به مدل داده می‌شود که کاربر با توجه به محدودیتهای اقتصادی و دیگر امکانات قابل تخصیص به امر پایش انتخاب می‌نماید.

### ۵- الگوریتم ژنتیک هیبریدی

الگوریتم ژنتیک یکی از روش‌های جدید بهینه‌سازی است که معمولاً برای بهینه‌سازی مسائل بسیار پیچیده و غیرخطی به کار می‌رود. اساس این روش بر مبنای فرآیند تکامل است. مشابه سیر تکامل بیولوژیکی، الگوریتم ژنتیک نیز دارای یک سیر تکاملی می‌باشد. به

۲- کمینه کردن مقدار انتقال اطلاعات بین ایستگاهها؛

۳- بیشینه کردن میزان پوشش شبکه پایش.

با استاندارد کردن (در بازه بین صفر و یک) و وزن دهنی اهداف فوق، ساختار مدل تک هدفه پیشنهادی به صورت زیر است:

$$\text{Max } Z = w_1 f + w_2 \bar{L}_2 + w_3 \bar{L}_3 \quad (13)$$

$$\bar{L}_2 = \sum_{k=1}^K \alpha_k \sum_{i=1}^p \frac{L_{2,i,k}}{n} \quad (14)$$

$$\bar{L}_3 = \sum_{k=1}^K \alpha_k \sum_{i=1}^p \frac{L_{3,i,k}}{n} \quad (15)$$

$$L_{2,i,k} = \begin{cases} X_i \times \frac{T_{\max,k} - T_{i,k}}{T_{\max,k} - T_{\min,k}} & \text{if } d_i < d_k^* \\ X_i & \text{if } d_i \geq d_k^* \end{cases} \quad \forall i \quad (16)$$

$$L_{3,i,k} = \begin{cases} X_i \times \frac{d_i - d_k^*}{d_{\max} - d_k^*} & \text{if } d_i > d_k^* \\ X_i & \text{if } d_i \leq d_k^* \end{cases} \quad \forall i \quad (17)$$

$$X_i \in [0, 1] \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^p X_i = n \quad (19)$$

$$T_{i,k} = F(d_i, f) \quad (20)$$

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k = 1 \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^3 w_j = 1 \quad (22)$$

در این روابط،  $w_j$  وزن توابع هدف  $j$  به ازای  $j = 1, 2, 3$  تعداد کل ایستگاههای مورد نیاز،  $p$  تعداد ایستگاههای پتانسیل،  $d_i$  فاصله بین ایستگاههای پتانسیل  $\alpha$ ام و نزدیک ترین همسایه‌اش،  $T_{i,k}$  مقدار شاخص انتقال اطلاعات به ازای فاصله  $d_i$  برای متغیر کیفی  $k$ ،  $T_{\max,k}$  حد بالای منحنی انتقال اطلاعات- فاصله برای متغیر کیفی  $k$  (شکل ۴)،  $T_{\min,k}$  حد پایین منحنی انتقال اطلاعات- فاصله برای متغیر کیفی  $k$  (شکل ۴)،  $d_k^*$  بهینه‌ترین فاصله برای انتقال اطلاعات برای متغیر کیفی  $k$  درجه تعلق تابع عضویت فازی،  $d_{\max}$  بیشینه فاصله بین ایستگاههای پتانسیل،  $L_{2,i,k}$  و  $L_{3,i,k}$  مقادیر تابع هدف دوم و سوم برای ایستگاه  $\alpha$ ام و متغیر کیفی  $k$  ام و  $X_i$  متغیر صفر و یک می‌باشد به طوری که در نقاطی که ایستگاه است یک و در نقاطی که ایستگاه دارد صفر است. همچنین  $K$

رُن شماره ۱	رُن شماره P	رُن شماره ۲	رُن شماره ۱
مقدار درجه عضویت تابع فازی (f)	یک متغیر صفر و یک نشان - دهنده وجود یا عدم وجود ایستگاه در ایستگاه پتانسیل شماره P	یک متغیر صفر و یک نشان نشان دهنده وجود یا عدم وجود وجود ایستگاه در ایستگاه پتانسیل شماره ۲	یک متغیر صفر و یک نشان دهنده وجود یا عدم وجود ایستگاه در ایستگاه پتانسیل شماره ۱

شکل ۵- ساختار رُن‌ها در کروموزوم‌های مدل بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک

قسمت اعظم آب مصرفی خانگی توسط چاههای جذبی دوباره به سامانه آبهای زیرزمینی دشت تهران وارد می‌شود و باعث تغییرات قابل توجهی در سطح آب زیرزمینی تهران می‌گردد. مهم‌ترین مشکل در ارتباط با سامانه پایش کیفی آبخوان تهران، نقص فراوان آمار و اطلاعات برداشته و نبود یک برنامه دقیق و جامع پایش کیفی است. در این تحقیق، بخشی از آبخوان تهران که از شمال به عباس‌آباد (خیابان شهید بهشتی)، از جنوب به بهشت زهراء، از غرب به رودخانه کن و از شرق به رودخانه سرخه حصار محدود می‌شود، مورد مطالعه قرار گرفته است. تعداد ۶۶ ایستگاه، پایش که نسبت به بقیه از وضعیت آماری بهتری برخوردار بودند به عنوان ایستگاه‌های مورد بررسی انتخاب و متغیر کیفی EC (قابلیت هدایت الکتریکی آب) و SAR (نسبت جذب سدیم) که پارامترهای مهمی در ارزیابی کیفی آبهای زیرزمینی می‌باشند، به عنوان متغیرهای کیفی شاخص مورد بررسی قرار گرفتند.

## ۷- نتایج

شکل ۶ موقعیت ایستگاه‌های پایش مورد بررسی در آبخوان تهران را نشان می‌دهد. نمودار آنتروپی انتقال اطلاعات ۱۶۶ ایستگاه پایش در آبخوان تهران بر حسب فاصله بین ایستگاهها برای متغیر EC در شکل ۷ مشاهده می‌شود.

همچنین در مورد متغیر SAR نمودار پراکندگی آنتروپی بر حسب فاصله به صورت شکل ۸ می‌باشد. همان طور که در شکل ۶ دیده می‌شود پراکندگی ایستگاه‌های پایش کیفی در دشت تهران بسیار نامنظم و در خیلی از نقاط کمترین فاصله بین دو ایستگاه پایش بسیار بیشتر از فاصله بهینه بین ایستگاههاست. در این مطالعه تعداد ۱۶۶ ایستگاه موجود به همراه ۵۶ ایستگاه پتانسیل به مدل بهینه سازی الگوریتم ژنتیک معرفی شده‌اند. محدودیتهای مدل در این مطالعه عبارت بودند از تعداد ایستگاه‌های موجود که باید حذف می‌شدند و نیز تعداد ایستگاه‌های پتانسیل پیشنهادی که می‌توانستند

عبارت ساده‌تر این روش با تولید نسلهای (مجموعه جوابهای) متعدد از جوابهای امکان‌پذیر، سعی می‌کند به سوی جواب بهینه عمومی حرکت نماید. در این روش در نسلها به جوابهای مناسب‌تر و بهتر، امکان بقا و مشارکت در تولید جوابها و نسلهای جدید داده می‌شود. بزرگ‌ترین عیب روش الگوریتم ژنتیک، زمان محاسباتی آن است. الگوریتم ژنتیک نیازمند صرف زمان نسبتاً زیادی برای جستجو در فضای تصمیم برای رسیدن به جواب نهایی می‌باشد. لذا برای پاسخ‌گویی به این نیاز، بالا بردن راندمان و رفع این عیب، محققان استفاده از الگوریتم ژنتیک هیبریدی را پیشنهاد نمودند. الگوریتم ژنتیک هیبریدی از یک الگوریتم ژنتیک ساده<sup>۱</sup> و یک الگوریتم جستجوی جزئی<sup>۲</sup> تشکیل شده است. اپراتور جستجوی جزئی، جستجو را برای یافتن بهترین جواب از نقطه منتخب قبلی آغاز می‌کند، که در اینجا یک جواب از جامعه SGA می‌باشد. الگوریتم، از نقطه جدید مجدد شروع به جستجوی جواب بهینه می‌کند و زمانی متوقف می‌شود که هیچ نقطه جدیدی یافت نشود و این معادل گرادیان برابر صفر است. در این تحقیق برای تدوین مدل بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک هیبریدی که بخشی از توابع قابل استفاده در برنامه مطلب<sup>۳</sup> است، استفاده شده است.

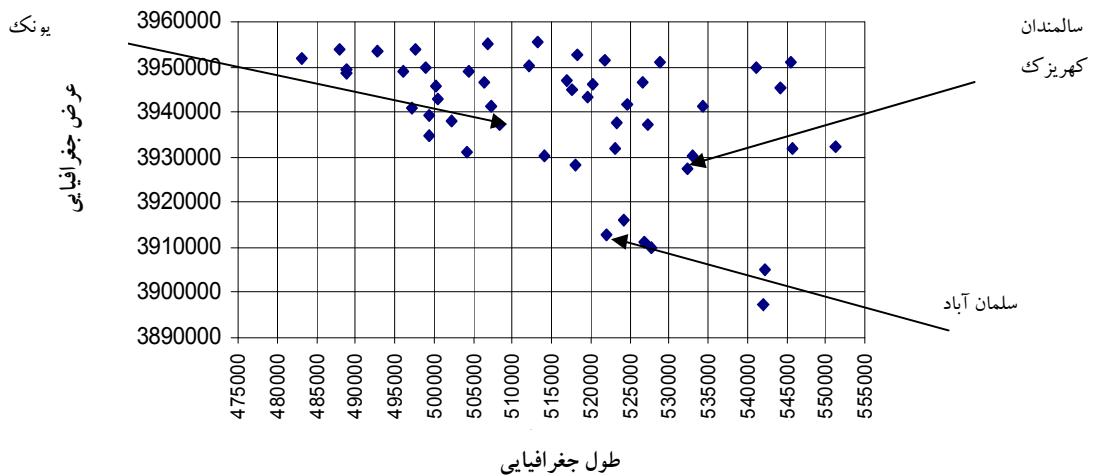
## ۶- منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه در این تحقیق، آبخوان تهران می‌باشد. آبخوان تهران یکی از مهم‌ترین آبخوانهای کشور است که به دلیل وسعت زیاد و نیز نقش بسیار مهم آن در تأمین قسمتی از آب شرب مردم تهران و اراضی کشاورزی جنوب آن همواره مورد توجه بوده است. در چند سال اخیر، به طور متوسط سالانه ۳۰۰ میلیون مترمکعب آب از آبخوان تهران به منظور شرب برداشت شده است. مصرف متوسط سالانه آب مردم تهران حدود یک میلیارد متر مکعب است.

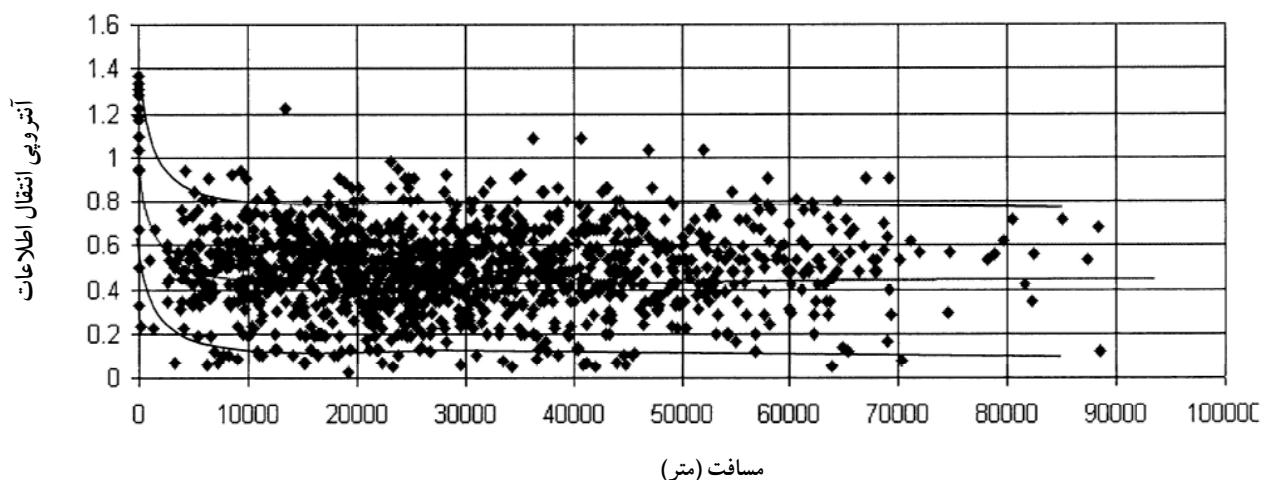
<sup>1</sup> Simple Genetic Algorithm (SGA)

<sup>2</sup> Local Search

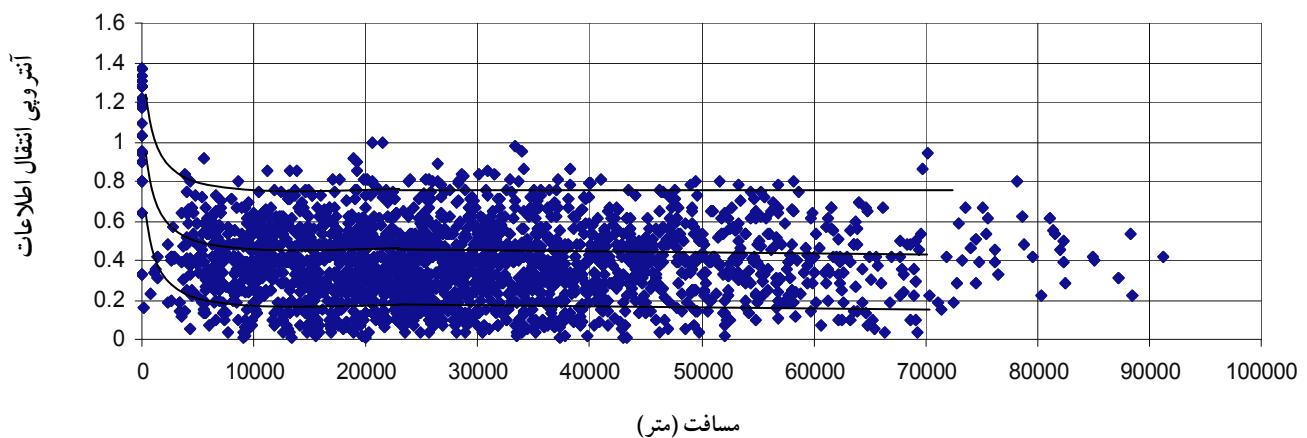
<sup>3</sup> MATLAB



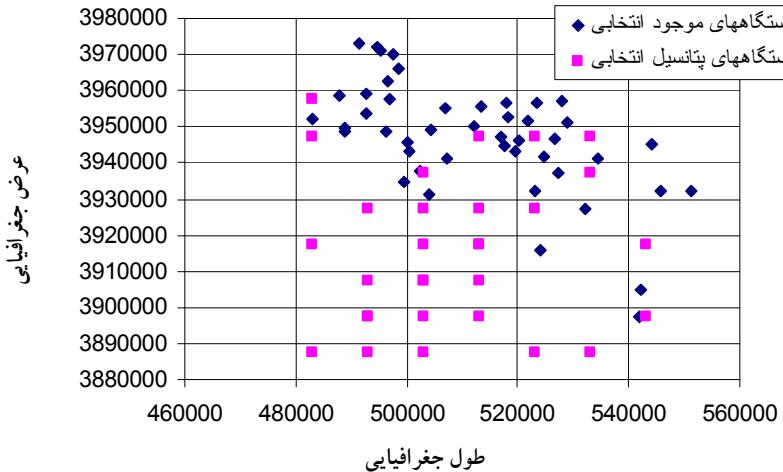
شکل ۶- پراکندگی ایستگاههای مشاهداتی آبخوان تهران



شکل ۷- نمودار پراکندگی آنتروپی متغیر EC بر حسب فاصله



شکل ۸- نمودار پراکندگی آنتروپی متغیر SAR بر حسب فاصله



شکل ۹- نمودار پراکندگی ایستگاههای پیشنهادی

اینکه روش آنتروپی گستته ایراد فرض توزیع آماری خاص برای متغیرها در روش آنتروپی پیوسته را ندارد، پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آتی بر روی کاربرد تئوری آنتروپی، از روش آنتروپی گستته استفاده شود. همچنین به عنوان ادامه این تحقیق پیشنهاد می‌شود که برای دیگر متغیرهای کیفی شاخص نیز محاسبات فوق انجام گرفته و شبکه پایش به گونه‌ای طراحی شود که با توجه به اهمیت متغیرهای کیفی، منبع آنی به طور جامعی مورد پایش قرار گیرد. برای این منظور می‌توان به دو گونه عمل کرد یا از ترکیب روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره همچون AHP و الگوریتم ژنتیک تک هدفه استفاده نمود و یا این که از مدل‌های بهینه سازی چند معیاره مثل مدل NSGAII<sup>۲</sup> استفاده کرد. همچنین می‌توان با توجه به گستردگی منطقه مورد مطالعه، با استفاده از روش‌هایی همچون روش خوشبندی فازی<sup>۳</sup> یا تئوری ماشین بردار، منطقه مورد مطالعه را به چندین زیربخش تقسیم نمود و روند مورد مطالعه در این تحقیق را برای تک تک نواحی به طور جداگانه انجام داد و برای هر منطقه شبکه پایش مجزا طراحی کرد. همچنین می‌توان بر روی ارزیابی توالی زمانی نمونه برداری‌ها نیز ارزیابی فوق را در گام زمانی انجام داد و با استفاده از تئوری آنتروپی گستته بهترین برنامه زمانی نمونه برداری را برای متغیرهای کیفی مختلف ارائه نمود.

<sup>2</sup> Non-dominated Sorted Genetic Algorithm II

<sup>3</sup> Fuzzy Clustering

به سامانه پایش اضافه شوند. در مطالعه فوق تعداد ۲۰ ایستگاه موجود حذف شد و ۳۰ ایستگاه از نقاط پتانسیل به شبکه اضافه گردید. همچنین در روابط بالا مقدار  $\alpha_1$  برابر با  $0/6$  و  $\alpha_2$  برابر  $0/4$  در نظر گرفته شد. مقدار  $w_1$  نیز برابر  $0/3$  و  $w_2$  برابر  $0/35$  فرض شدند.

در مدل الگوریتم ژنتیک پیشنهادی جمعیت اولیه کروموزوم‌ها ۵۰، نرخ تزویج  $8/0$  و تعداد نسلها برای رسیدن به جواب بهینه ۱۲۰ در نظر گرفته شد. زمان اجرای برنامه با کامپیوتر پنتیوم ۴ با سرعت پردازشگر  $2/3$  گیگاهرتز و با حافظه‌ای<sup>۱</sup> به ظرفیت  $512$  مگابایت، حدود  $15$  دقیقه برای الگوریتم ژنتیک هیبریدی و حدود  $12$  دقیقه برای الگوریتم ژنتیک معمولی به طول می‌انجامد. شکل ۹ نتایج خروجی مدل را برای شبکه پایش تهران نشان می‌دهد.

## ۸- نتیجه‌گیری

نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تئوری آنتروپی راهکار خوبی برای نمایش و ارزیابی انتقال اطلاعات بین ایستگاههای مختلف در یک شبکه پایش است. بر اساس روش پیشنهادی می‌توان موقعیت مکانی ایستگاههای پایش را بهینگام سازی نمود. با توجه به اینکه روند تحلیل و طراحی سیستم‌های پایش با تئوری آنتروپی گستته بسیار ساده‌تر از روش آنتروپی پیوسته انجام می‌گیرد و با توجه به

<sup>1</sup> RAM

## ۹- مراجع

- Shannon, C. E. (1948). "A mathematical theory of communication." *Bell System Technical Journal*, 27, 379-423.
- Singh, V. P. (1997). "The use of entropy in hydrology and water resources." *Hydrological Processes*, 11, 587-626.

- 3- Uslu, O., and Tanriover, A. (1979). "Measuring the information content of hydrological process." *Proc., The First National Congress on Hydrology*, Istanbul, 473- 443.
- 4- Harmancioglu, N. B. (1981). "Measuring the information content of hydrological processes by the entropy concept." *J. Civil Engineering*, 13, 88-92.
- 5- Krastanovic, P. F., and Singh, V. P. (1992). "Evaluation of rainfall networks using entropy." *Water Resource Management*, 6, 295-314.
- 6- Yang, Y., and Burn, D. (1994). "An entropy approach to data collection network design." *Journal of Hydrology*, 157, 307-324.
- 7- Ozkul, S., Harmancioglu, N. B., and Singh, V. P. (2000). "Entropy-based assessment of water quality monitoring networks." *J. Hydrology Eng.*, 5(1), 90-100.
- 8- Mogheir, Y., and Singh, V. P. (2002). "Application of information theory to groundwater quality monitoring system." *Water Resources Management*, 16(1), 37-49.
- 9- Husain, T. (1989). "Hydrologic uncertainty measure and network design." *Water Resources Bulletin*, 25(3), 527-534.
- 10- Bueso, M. C., Angulo, J. M., Cruz-Sanjulian, J., and Garcia-Arostegui, J. L. (1999). "Optimal spatial sampling design in a multivariate framework." *Mathematical Geology*, 31(5), 507-525.
- 11- Karamouz, M., Khajehzadeh Nokhandan, A., and Kerachian, R. (2006). "Design of river water quality monitoring networks using an entropy based approach: a case study." *Proc., The 2006 World Water and Environmental Resources Congress*, Nebraska, USA.
- 12- Mogheir, Y., and Singh, V. P. (2003). "Specification of information needs for groundwater management planning in developing country." *Groundwater Hydrology*, 2, 3-20.
- 13- Mogheir, Y., and Lima, J. L. M. P., and Singh, V. P. (2004). "Characterizing the special variability of groundwater quality using the entropy theory." *Hydrological Process*, 18, 2165-2179.
- ۱۴- مقصومی، ف، و کراجیان، ر. (۱۳۸۵). "ارزیابی سامانه‌های پایش کیفی منابع آب زیرزمینی با کاربرد تئوری آنتروپی گستته." *دومین کنفرانس مدیریت منابع آب ایران*, دانشگاه صنعتی اصفهان.
- 15- Akter, T., and Simonovic, S. P. (2004). "Modeling uncertainties in short-term reservoir operation using fuzzy sets and a genetic algorithm." *Hydrological Science*, 49(6), 1081-1097.