

# Evaluation of Water Distribution Network Partitioning Methods Based on Graph Theory Using AHP

V. Dahrazma<sup>1</sup>, M. R. Hessami Kermani<sup>2</sup>

1. Msc. Student of Civil Engineering Water and Hydraulic Structures, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran
2. Assoc. Prof., Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran  
(Corresponding Author) hessami@uk.ac.ir

(Received Aug. 28, 2019 Accepted Feb. 23, 2020)

#### To cite this article:

Dahrazma, V., Hessami Kermani, M. R. 2020. "Evaluation of water distribution network partitioning methods based on graph theory using AHP" Journal of Water and Wastewater, 31(5), 11-24.  
Doi: 10.22093/wwj.2020.199394.2916. (In Persian)

## Abstract

The dramatic decline in renewable water resources, leakage and pollution in water distribution systems has led to a significant increase in the focus on leakage management and control approaches in most parts of the world. For this purpose, water distribution networks can be subdivided into manageable subdivisions with connecting pipes of these subdivisions equipped with flow meters to control leakage and better manage the water distribution network. In the present study, based on graph theory, the concept of District Meter Area (DMA) is expressed. In order to rank the optimal design of the water distribution network, AHP has been used to minimize the balance in the subdivisions, the number of boundary pipes, the number of pipes equipped with flow meters and for maximization of both flexibility and minimum pressure indices. In this paper, by evaluating different algorithms for creating DMAs of water distribution networks, the best method is suggested. Indexes were ranked by studying the experts' opinion and forming the matrix of paired comparisons, so the first rank for maximizing the resilience index IR was 0.401 and the last one was for minimizing the number of flow meters with a score of 0.063. Based on the weight and criteria ranking, the water distribution network algorithms were scored. In terms of weighted graph, the highest score belonged to EBC algorithm and the lowest score to FGC algorithm. In terms of the unweighted graph spectral clustering algorithms rank first and FGC and MA algorithms rank last. In the unweighted graph,



some algorithms have equal scores, so more indices are needed to compare them. Due to the simplification of the problem and the pairwise comparison of the criteria with each other, according to the experts, this method offers an optimal and desirable result for selecting the appropriate method for converting the water distribution network into DMAs. In this paper, the EBC algorithm with a score of 0.182 for the weighted graph, the spectral clustering algorithms with a score of 0.145 for the weighted graph were ranked first.

**Keywords:** Water Network Partitioning, Graph Theory, Partitioning Index, Analytic Hierarchy Process (AHP).



مجله آب و فاضلاب، دوره ۳۱، شماره ۵، صفحه: ۲۴-۱۱

## ارزیابی روش‌های ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب بر مبنای تئوری گراف با استفاده از تحلیل سلسله مراتبی

ویدا دهر آزما<sup>۱</sup>، مسعود رضا حسامی کرمانی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه عمران-گرایش آب و سازه‌های هیدرولیکی،  
دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، ایران  
۲- دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، ایران  
(نویسنده مسئول) hessami@uk.ac.ir

(دریافت ۹۸/۷/۶ پذیرش ۹۸/۱۲/۴)

برای ارجاع به این مقاله به صورت زیر اقدام بفرمایید:

دهر آزما، و.، حسامی کرمانی، م. ر.، ۱۳۹۹، "ارزیابی روش‌های ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب بر مبنای تئوری گراف با استفاده از تحلیل سلسله مراتبی"  
مجله آب و فاضلاب، ۳۱(۵)، ۲۴-۱۱. Doi: 10.22093/wwj.2020.199394.2916

### چکیده

کاهش چشمگیر منابع آب تجدیدپذیر، مسئله نشت و آلودگی در سیستم‌های توزیع آب سبب شده است تا تمرکز بر روی رویکردهای مدیریتی و کنترل نشت در اکثر نقاط دنیا به مقدار قابل توجهی افزایش یابد. به این منظور می‌توان شبکه‌های توزیع آب را به زیربخش‌هایی قابل کنترل تقسیم کرد که لوله‌های اتصال دهنده این زیربخش‌ها برای کنترل نشت و مدیریت بهتر شبکه آب به جریان‌سنج مجهز شوند. در این پژوهش بر مبنای تئوری گراف، روش‌های ایجاد نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری بیان شده است. به منظور انتخاب طراحی بهینه شبکه توزیع آب از فرایند تحلیل سلسله مراتبی (AHP) با هدف کمینه‌سازی توازن در زیربخش‌ها، تعداد لوله‌های مرزی، تعداد لوله‌های مجهز به جریان‌سنج‌ها و بیشینه‌سازی دو شاخص مقاومت‌پذیری شبکه و حداقل فشار گره‌ای، استفاده شد. در این پژوهش با ارزیابی الگوریتم‌های مختلف برای ناحیه‌بندی شبکه‌های توزیع آب روش برتر پیشنهاد شد. با بررسی نظر متخصصین و تشکیل ماتریس مقایسات زوجی، شاخص‌ها رتبه‌بندی شدند که رتبه نخست برای بیشینه‌سازی شاخص مقاومت‌پذیری با امتیاز ۰/۴۰۱ و رتبه آخر برای کمینه‌سازی تعداد جریان‌سنج‌ها با مقدار امتیاز ۰/۰۶۳ مشخص شد. بر مبنای وزن و رتبه‌بندی معیارها، الگوریتم‌های ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب امتیازدهی شدند. در شرایط گراف وزن‌دار بیشترین امتیاز به الگوریتم EBC و کمترین امتیاز به الگوریتم FGC تعلق گرفت. در شرایط گراف بی‌وزن الگوریتم‌های خوشه‌بندی طیفی در رتبه نخست و الگوریتم‌های FGC و MA در رتبه آخر قرار گرفتند. در گراف بی‌وزن برخی از الگوریتم‌ها امتیازهایی برابر با یکدیگر کسب کردند، بنابراین به شاخص‌های بیشتری برای مقایسه، نیاز بود. این روش به دلیل ساده‌سازی مسئله و مقایسه زوجی معیارها با یکدیگر مطابق نظر متخصصین، نتیجه‌ای بهینه و مطلوب به منظور انتخاب روش مناسب برای تبدیل شبکه توزیع آب به نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری ارائه می‌دهد. در این پژوهش الگوریتم EBC با امتیاز ۰/۱۸۲ برای گراف وزن‌دار، الگوریتم‌های خوشه‌بندی طیفی با امتیاز ۰/۱۴۵ برای گراف بی‌وزن در رتبه نخست قرار گرفتند.

**واژه‌های کلیدی:** افزایش‌بندی سیستم‌های توزیع آب، تئوری گراف، شاخص‌های افزایش‌بندی، تحلیل سلسله مراتبی



## ۱- مقدمه

امروزه با توجه به افزایش روزافزون جمعیت، محدود بودن منابع تأمین آب، کاهش چشمگیر منابع آب تجدیدپذیر و تغییرات شرایط آب و هوایی، استفاده از منابع آب و توزیع مناسب آن بررسی شد. یکی از مهم‌ترین مواردی که برای بهبود در کارایی شبکه‌های توزیع آب مورد پژوهش قرار می‌گیرد، مسئله نشت است. نشت ممکن است در مخازن ذخیره آب، شبکه‌های انتقال و سیستم‌های توزیع آب اتفاق افتد که اگرچه نشت در مخازن ذخیره و شبکه انتقال مسئله مهمی است ولی بیشترین مقدار نشت در سیستم‌های توزیع آب اتفاق می‌افتد. نشت در سیستم‌های توزیع آب تلفات آب را به همراه دارد. تلفات آب در سیستم‌های توزیع ممکن است شدید باشند و یا ماه‌ها و سال‌ها شناسایی نشوند. شدیدترین تلفات معمولاً در اثر ترکیدن لوله و یا از هم گسیختگی اتصالات اتفاق می‌افتد، در حالی که تلفات کوچکتر در اثر نشت آب در لوله‌ها و یا نقاط اتصال دهنده آنها است. حجم تلفات بستگی به مقدار فشار در سیستم‌های توزیع آب و زمان آگاهی از نشت در شبکه توزیع آب دارد. بنابراین با توجه به این مسئله که نشت مانند تلفات شدید آشکار نیست و وجود نشت در سیستم‌های توزیع آب می‌تواند مشکلاتی از قبیل خسارات مالی، نارضایتی مصرف‌کنندگان و کاهش کیفیت آب را به همراه داشته باشد، در نتیجه برای شناسایی محل نشت‌های گزارش نشده و مقدار آنها به روش‌های خاصی نیاز است.

یکی از راهکارهای کنترل نشت، آلودگی و مدیریت فشار در سیستم‌های توزیع آب، تقسیم شبکه‌های توزیع آب به چند ناحیه مجزای هیدرولیکی قابل اندازه‌گیری است. در این روش، ابتدا سیستم‌های توزیع آب به چند ناحیه مجزا تقسیم شده و سپس لوله‌های اتصال دهنده این نواحی به یکدیگر مجهز به دستگاه‌های جریان‌سنج می‌شوند و یا توسط شیرفلکه‌ها بسته می‌شوند. به این نواحی مجزای هیدرولیکی، "مناطق مجزای اندازه‌گیری شده"<sup>۱</sup> (Farley et al., 2001). گفته می‌شود این روش با وجود مزایای فراوان می‌تواند مشکلات اساسی ایجاد کند. این مشکلات از قبیل افت فشار، به دلیل بستن برخی از لوله‌ها با استفاده از شیرفلکه‌ها (Campbell et al., 2015) و یا کاهش عملکرد هیدرولیکی شبکه

به دلیل کاهش مقاومت پذیری در شبکه است. علاوه بر مشکلات بیان شده، تبدیل شبکه‌های توزیع آب به نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری دارای هزینه‌های زیادی است و منابع سرمایه‌گذاری برای اجرای این روش‌ها محدود است. در نتیجه با توجه به مزایا و معایب این روش، طرحی برای ناحیه‌بندی می‌تواند مناسب باشد که سازگاری مطلوبی بین جنبه‌های مثبت و منفی این روش ایجاد کند. در زمینه ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب پژوهشگران کارهای بسیاری انجام دادند. دی‌ناردو و دی‌ناتل در سال ۲۰۱۱ روشی ابتکاری را برای تبدیل شبکه‌های توزیع آب به مناطق مجزای قابل اندازه‌گیری بر مبنای تئوری گراف<sup>۲</sup> ارائه کردند. آنها از روش پشتیبانی طراحی<sup>۳</sup>، شاخص‌های انرژی از جمله شاخص مقاومت‌پذیری و پژوهش در مورد مسیرهای حداقل انرژی که از هر مخزن به هر گره در یک شبکه توزیع آب محاسبه می‌شود، استفاده کردند. آنها روش پیشنهادی خود را بر روی شبکه حقیقی در ایتالیا اعمال کردند و در نهایت آن را روشی مقرون‌به‌صرفه با قابلیت اطمینان مناسب برای تبدیل شبکه‌های بزرگ حلقوی به DMAها معرفی کردند (Di Nardo and Di Natale, 2011).

در سال ۲۰۱۱ استفلد و پرلمان بر اساس جهت جریان در لوله‌های شبکه توزیع آب و بر مبنای تئوری گراف، شبکه توزیع آب را به نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری تقسیم کردند (Perelman and Ostfeld, 2011).

در سال ۲۰۱۶ اسکارپا روشی را ارائه داد که از این روش برای شناسایی DMAهای مستقل از یکدیگر در شبکه‌های توزیع آبی که تعداد زیادی منابع مستقل از هم دارند، استفاده می‌شود. در روش پیشنهادی وی، ابتدا شبکه توزیع آب با استفاده از نرم‌افزار EPANET تحلیل می‌شود، سپس تعداد منابع و ماتریس مجاورت از اتصالات شبکه تشکیل می‌شود و در انتها، بر اساس تعداد منابعی که از آنالیز شبکه در مرحله قبل به دست آمد و با استفاده از الگوریتم DFS<sup>۴</sup> و Dijkstra<sup>۵</sup> نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری تشکیل می‌شوند. پس از اعمال این روش بر روی شبکه حقیقی شاخص‌های انرژی مانند شاخص مقاومت‌پذیری و شاخص فشار (فشار حداقل،

<sup>2</sup> Graph Theory<sup>3</sup> Design Support Methodology (DSM)<sup>4</sup> Dept First Search (DFS)<sup>5</sup> Dijkstra's Algorithm<sup>1</sup> District Metered Area (DMA)

باشد (آنها مستقل از یکدیگر فرض شوند)، رتبه‌بندی معیارها دارای اهمیت باشند و وزن‌دهی آنها بر اساس نظر متخصصین انجام شود، می‌توان از فرایند تحلیل سلسله مراتبی که شامل رتبه‌بندی معیارها و پیدا کردن گزینه برتر از بین مجموعه‌ای از گزینه‌ها است، استفاده کرد که اساس آن بر مقایسه زوجی گزینه‌ها است. در این زمینه پژوهش‌های مختلف انجام شده است. تانیمبو و کالونگی در سال ۲۰۰۹ از روش AHP برای کمک به یافتن بهترین گزینه‌ها به منظور طراحی بلندمدت و ارتقای شبکه توزیع آب استفاده کردند (Tanyimboh and Kalungi, 2009).

اکیولا و همکارش در سال ۲۰۱۲ برای ارزیابی آب آشامیدنی در نیجریه از روش AHP استفاده کردند (Okeola and Sule, 2012).

لی و کونگ در سال ۲۰۱۷، ۵ گروه از سطح خدمات شبکه تأمین آب را بر اساس مقدار رضایت مصرف‌کنندگان و تأمین‌کنندگان با استفاده از روش AHP بررسی کردند، که این ۵ گروه شامل آب بها، کیفیت آب، طعم و بوی آب، خدمات و فشار آب است (Lee and Kong, 2017).

با توجه به پژوهش‌های انجام شده، در این پژوهش از روش AHP برای یافتن بهترین روش ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب استفاده می‌شود. در این فرایند از شاخص‌های توپولوژیکی و هیدرولیکی ناحیه‌بندی شبکه به عنوان معیارها و ۷ الگوریتم MA، MLRB،<sup>۴</sup> FGC،<sup>۵</sup> EBC، LSC،<sup>۶</sup> L<sub>sym</sub>SC، L<sub>r</sub>SC به عنوان گزینه‌ها استفاده شد تا هدف اصلی فرایند که یافتن روش مناسب ناحیه‌بندی برای بهینه‌سازی شبکه توزیع آب است، به دست آید. کاربرد این روش در قالب یک پژوهش موردی بر روی شبکه حقیقی در ایتالیا بیان می‌شود. در نتیجه این فرایند، ابتدا معیارها با تشکیل ماتریس مقایسات زوجی رتبه‌بندی می‌شوند که معیار مقاومت‌پذیری شبکه ( $I_r$ ) در رتبه یک و معیار تعداد جریان‌سنج‌ها ( $N_{im}$ ) در رتبه آخر قرار گرفتند. سپس، مطابق وزن معیارها و نتایج ارائه شده توسط پژوهشگران از الگوریتم‌هایی که بر روی شبکه توزیع آب در ایتالیا انجام شده بودند، گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند که در نهایت، گزینه EBC در شرایط گراف وزن‌دار و الگوریتم‌های خوشه‌بندی طیفی در

فشار حداکثر و میانگین فشار) محاسبه شدند؛ نتایج نشان می‌دهد روش پیشنهادی ایشان سبب تشکیل DMAهایی با قابلیت اطمینان مناسب می‌شود (Scarpa et al., 2016).

در سال ۲۰۱۶ نیافونی و همکاران روشی جدید برای شناسایی خودکار DMAها بیان کردند. آنها بر مبنای تئوری گراف و بررسی تابع کیفیت ناحیه‌بندی شبکه که توسط کلوست و همکاران در سال ۲۰۰۴ معرفی شده بود (Clauzet et al., 2004)، سیستم توزیع آب را به نواحی مجزای هیدرولیکی تقسیم کردند. روند کار آنها عملکردی مشابه تشخیص جامعه به منظور ناحیه‌بندی خودکار شبکه بر اساس تئوری گراف که در سال ۲۰۱۴ توسط کمپبل ارائه شده بود، داشت (Ciaponi et al., 2016).

دی‌ناردو و همکاران در سال ۲۰۱۸ شبکه توزیع آب در ایتالیا را بر اساس دو الگوریتم MLRB<sup>۱</sup> و خوشه‌بندی طیفی بر مبنای لاپلاس نرمال شده  $L_{rw}$  به نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری تقسیم کردند. آنها عملکرد این دو الگوریتم را بر اساس شاخص‌های عملکرد شبکه ارزیابی کردند. برای ارزیابی این دو روش از معیارهای هیدرولیکی از جمله مقاومت هیدرولیکی لوله‌های مرزی و معیارهای توپولوژیکی از جمله حداقل تعداد لوله‌های مرزی و کمینه‌سازی شاخص تعادل، به منظور شناسایی روشی بهینه و مناسب برای ناحیه‌بندی شبکه‌ی توزیع آب استفاده کردند (Di Nardo et al., 2017).

در سال ۲۰۲۰ شکفته و قاضی‌زاده با استفاده از تئوری گراف، الگوریتم EBC<sup>۲</sup> و نرم‌افزار شبیه‌سازی EPANET شبکه حقیقی در بوشهر را به نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری تقسیم کرد (Shekofteh and Ghazizadeh, 2020).

با توجه به اهمیت شاخص‌های توپولوژیکی از جمله حداقل تعداد لوله‌های مرزی و شاخص‌های هیدرولیکی مانند شاخص مقاومت‌پذیری و حداقل فشار گره‌ای در ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب، می‌توان از فرایند تحلیل سلسله مراتبی<sup>۳</sup> استفاده کرد که در این فرایند چندین معیار با توجه به وزن هر معیار در تصمیم‌گیری دخیل هستند. بنابراین، هرگاه تصمیم‌گیری با چند گزینه و چند معیار روبه‌رو باشد، به‌گونه‌ای که روابط میان گزینه‌ها و معیارها خطی

<sup>4</sup> Multi- Agent (MA)

<sup>5</sup> Fast Greedy Community (FGC)

<sup>6</sup> Locality Spectral Clustering (LSC)

<sup>1</sup> Multi Level Recursive Bisection (MLRB)

<sup>2</sup> Edge Between Community (EBC)

<sup>3</sup> Analytical Hierarchy Process (AHP)



آب که بر مبنای تئوری گراف به‌عنوان گزینه‌ها مطرح شدند با استفاده از روش AHP ارزیابی شدند. روند انجام کار در شکل ۱ بیان می‌شود.

شرایط گراف بی‌وزن بیشترین امتیاز را کسب کردند.

## ۲- روش کار

در این پژوهش با وزن‌دهی بر اساس مقایسات زوجی، ۵ شاخص ناحیه‌بندی به‌عنوان معیارها که شامل: بیشینه‌سازی مقاومت‌پذیری، حداقل فشار گره‌ای و کمینه‌سازی توازن (تعادل) در نواحی، تعداد لوله‌های مرزی (مجموعه برش‌های یالی) و تعداد لوله‌های مجهز به جریان‌سنج بود و ۷ الگوریتم از روش‌های ناحیه‌بندی شبکه توزیع

### ۲-۱- تئوری گراف

تئوری گراف یکی از شاخه‌های ریاضیاتی است که هر شیء ریاضی شامل یک سری نقاط و اتصالات میان آنها گراف نامیده می‌شود. گراف‌ها در طیف وسیعی از مسائل کاربرد دارند. یک گراف

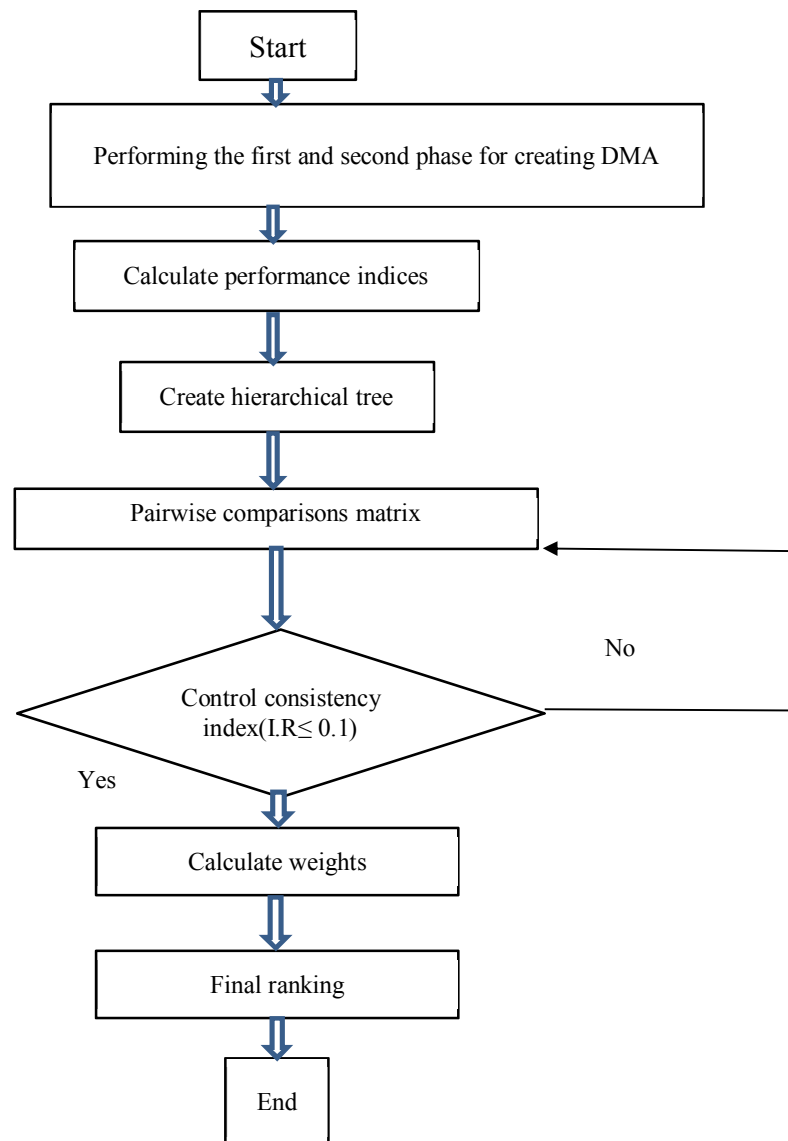


Fig. 1. Flowchart of method

شکل ۱- روند انجام کار



ویژه خوشه بندی می کند. خوشه بندی با این روش شامل تبدیل مجموعه ای از اشیا به مجموعه ای از نقاط در فضا است که مختصات آنها بردارهای ویژه هستند. سپس مجموعه ای از این نقاط از طریق روش های استاندارد مانند K-mean خوشه بندی می شوند. الگوریتم هایی بر اساس لاپلاس نرمال نشده (Di Nardo et al., 2015) و لاپلاس های نرمال شده (Von Luxburg, 2007) با استفاده از روش K-mean برای ناحیه بندی شبکه توزیع آب در این پژوهش ارائه شدند.

مرحله دوم روش ناحیه بندی شبکه های توزیع آب با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام می شود. هدف در این الگوریتم بهینه سازی، حداکثر کردن تابع (۱) بر روی گروه لوله های مرزی است

$$\text{Max}(\gamma \sum_{i=1}^n Q_i H_i) \quad (1)$$

که در آن

$\gamma$  وزن مخصوص آب است،  $Q_i$  و  $H_i$  به ترتیب مقدار تقاضا و مقدار هد در هر گره از شبکه آب است.

## ۲-۲- روش AHP

AHP برای اولین بار در دهه ۱۹۷۰ توسط ساعتی مطرح شد و بر پایه تصمیم گیری بر اساس مقایسات زوجی استوار است. AHP شامل پنج مرحله کلی است: ۱- بیان و تعریف مسئله ۲- تشکیل درخت سلسله مراتبی ۳- انجام مقایسه زوجی بین عناصر تصمیم ۴- استفاده از مقدار ویژه ماتریس مقایسات برای تخمین زدن وزن های نسبی عناصر تصمیم ۵- کنترل معیار سازگاری مقیاس ها برای اطمینان از انسجام قضاوت های تصمیم گیرندگان (Saaty, 1987).

پس از تعیین معیارها و گزینه ها، آنها طبق ارزش گذاری ساعتی، دوبه دو با هم مقایسه می شوند که در جدول ۱ نمایش داده شده است. سپس این نظریات را باید به یک نظر واحد تبدیل کرد تا بر اساس آن تصمیم مناسبی حاصل شود. مناسب ترین روش برای این کار استفاده از میانگین هندسی است. میانگین هندسی عناصر هر سطر محاسبه شده و سپس بردار حاصل نرمالیزه می شود تا بردار وزن به دست آید، سپس از هر سطر میانگین گرفته می شود. مقدار حاصل از میانگین نشان دهنده الویت هر متغیر است.

می تواند نماینده یک شبکه فیزیکی مانند مدار الکتریکی، شبکه ریلی و سیستم توزیع آب شهری باشد. توپولوژی سیستم های توزیع آب شهری به گونه ای است که با توپولوژی گراف ها هم خوانی دارد. بنابراین سیستم های توزیع آب را می توان به عنوان یک گراف در نظر گرفت و الگوریتم هایی بر اساس تئوری گراف را بر روی آنها اعمال کرد (Campbell et al., 2015).

بر مبنای تئوری گراف روش ناحیه بندی شبکه توزیع آب در دو مرحله انجام می شود. مرحله اول شامل ایجاد نواحی مجزای هیدرولیکی با استفاده از الگوریتم های ناحیه بندی شبکه است و مرحله دوم شامل مجهز کردن لوله های مرزی به دستگاه های جریان سنج با استفاده از الگوریتم های بهینه سازی مانند الگوریتم ژنتیک است. در مرحله اول، گراف به خوشه های  $C = \{C_1, \dots, C_k\}$  ناحیه بندی می شود (هر گره  $i$  به یکی از خوشه ها تعلق می گیرد با این شرایط که  $U_i \cap C_j = 0$   $i \neq j$ ، سپس در مرحله دوم، بهترین موقعیت برای نصب جریان سنج ها و یا شیر فلکه ها بر روی لوله های مرزی بین نواحی که قبلاً توسط الگوریتم های خوشه بندی به دست آمدند، تعیین می شود. در این پژوهش،  $\gamma$  روش ناحیه بندی شبکه توزیع آب بر اساس فرایند الگوریتم های افزایشی گراف، ساختار جامعه و خوشه بندی طیفی ارزیابی می شوند.

روش های افزایشی گراف، شامل تقسیم گراف به  $k$  زیربخش است به گونه ای که حداقل برش یالی در گراف ایجاد شود و زیربخش ها متوازن (متعادل) باشند. ۲ الگوریتم MLRB و MA از این روش هستند (Di Nardo et al., 2013, Di Nardo et al., 2014).

روش ساختار جامعه از الگوریتم های سلسله مراتبی استفاده می کند و شرط ایجاد جامعه در گراف، بیشینه سازی اختلاف  $\delta_{\text{ext}}(C) - \delta_{\text{int}}(C)$  روی تمامی خوشه های حاصل از ناحیه بندی می باشد. در این معادله  $\delta_{\text{int}}$  چگالی وترها در داخل ناحیه  $C$  است (یعنی تعداد وترها در داخل هر خوشه بیشتر از تعداد وترهای بین خوشه ای باشد). در این پژوهش از دو الگوریتم EBC (Di Nardo et al., 2015) و FGC (Clauset et al., 2004) استفاده شده است. الگوریتم اول بر مبنای مرکزیت بینایی وتر در گراف است و الگوریتم دوم بر مبنای تغییرات مدولاریتی بین نواحی است.

خوشه بندی طیفی شامل تمام روش ها و تکنیک های افزایشی گراف می شود، به گونه ای که گروهی از نقاط را بر اساس بردارهای



جدول ۱- تفسیر مقدار ماتریس مقایسه زوجی

Table 1. Interpreting pairwise comparison matrix values

Explanation	Comparison of status i to j	Preferred value
Index i is of equal importance to j	Preferred equal	1
Index i is slightly more important than j	Moderately preferred	3
Index i is more important than j	Strongly preferred	5
Index i is much more preferred than j	Very strongly preferred	7
Index i is more important than j	Extremely preferred	9
Shows the middle value between the preferred values	Intermediate	2,4,6,8

جدول ۲- شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی

Table 2. Random matrix incompatibility index

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I.I.R	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.45

که در آن  
 $N_{ec}$  برابر با تعداد وترهای بین خوشه‌ای (مجموعه برش‌های یالی) و  
 $e_{ij}$  وتر اتصال‌دهنده رئوس متعلق به خوشه‌های متفاوت است

$$\text{Minimize } f_2: I_B = \frac{K \times \max(C_k)}{n} \quad (5)$$

$$\text{Maximize } f_5: \text{Min}(h_i)_n \quad (6)$$

$$\text{Maximize } f_4: I_r = 1 - \frac{P_D}{P_{D \max}} \quad (7)$$

$$\text{Maximize } f_3: \text{Max} (\gamma \sum_{i=1}^n Q_i H_i) \rightarrow \min (N_{fm}) \quad (8)$$

قیود هیدرولیکی شبکه

$$g_i(H,D)=0 \quad j=1,2,3, \dots, nn \quad (9)$$

$$g_i(H,D)=0 \quad j=1,2,3, \dots, nn \quad (10)$$

$$D_i \in \{A\} \quad i=1,2,3, \dots, n_p \quad (11)$$

که در آنها

$g_i(H,D)$  معادلات تعادل جرمی گره‌ای و تعادل انرژی،  $nn$  تعداد نقاط اتصال،  $H_j$  فشار در هر گره،  $H_j^*$  مقدار فشار حداقل موردنیاز در هر گره،  $A$  سایز لوله‌های موجود در بازار هستند.

نرخ ناسازگاری، برای هر ماتریس، از تقسیم شاخص ناسازگاری<sup>۱</sup> بر شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی<sup>۲</sup> هم بعدش که در جدول ۲ آمده است، به دست می‌آید که معیار مناسبی برای قضاوت در مورد ناسازگاری آن ماتریس است، این معیار را نرخ ناسازگاری<sup>۳</sup> می‌نامند. چنانچه این عدد کوچکتر یا مساوی ۰/۱ باشد، سازگاری سیستم قابل قبول است وگرنه باید در قضاوت‌ها تجدیدنظر کرد. طریقه محاسبه شاخص و نرخ ناسازگاری در معادلات ۲ و ۳ بیان شده است

$$II = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (2)$$

$$IR = \frac{II}{I.I.R} \quad (3)$$

که در آن

برای هر ماتریس مقایسه زوجی  $A$  داریم:  $n$  طول ماتریس مقایسه زوجی  $A$ ،  $\lambda_{\max}$  بزرگترین مقدار ویژه که همواره بزرگتر یا مساوی  $n$  است.

### ۲-۳- شاخص‌های افزایشی

این شاخص‌ها را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\text{Minimize } f_1: N_{ec} = \sum_{i \in c_k \rightarrow j \in c_k} e_{ij} \quad (4)$$

<sup>1</sup> Inconsistency Index (I.I)

<sup>2</sup> Inconsistency Index of Random Matrix (I.I.R)

<sup>3</sup> Inconsistency Ratio (I.R)





افزودگی انرژی در شبکه را می‌توان با استفاده از این شاخص بررسی کرد. این شاخص بین ۰ و ۱ است و برای هیچ شبکه‌ای به یک نمی‌رسد

$$I_r = \frac{1 - P_D}{P_{(Dmax)}} \quad (13)$$

که در آن

$P_D$  توان داخلی و  $P_{Dmax}$  حداکثر توان مورد نیاز برای شبکه است.

### - شاخص فشار

این شاخص، از شاخص‌های عملکردی سنتی و قدیمی است که باید مقدار فشار حداقل، حداکثر و میانگین در هر گره اندازه‌گیری شود تا مقدار فشار در هر گره پس از ناحیه‌بندی شبکه از مقدار حداقل فشار در شبکه کمتر نشود. در این پژوهش تنها راجع به حداقل فشار گره‌ای صحبت شده است

$$\text{Min}(h_i)_n \quad (14)$$

$$h_{\min(WNP)} \geq h_{\min(w_n)} \quad (15)$$

که در آن

$h_i$  فشار نقطه‌ای،  $n$  نقاط،  $h_{\min}$  حداقل فشار نقطه‌ای است.  $h_{\min(w_n)}$  حداقل فشار نقطه‌ای در شبکه قبل از ناحیه‌بندی،  $h_{\min(WNP)}$  حداقل فشار نقطه‌ای در شبکه بعد از ناحیه‌بندی است.

این روش در قالب یک پژوهش موردی برای شبکه توزیع آب در کشور ایتالیا مطرح می‌شود. در این پژوهش، از نتایج ارائه شده توسط دی‌ناردو و همکاران پس از ناحیه‌بندی شبکه توزیع به نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری برای امتیازدهی به گزینه‌ها استفاده می‌شود.

### ۲-۴- معرفی شبکه

شبکه‌ای در ایتالیا تحت عنوان Parete که مشخصات آن در جدول ۳ و شکل ۲ نشان داده شده است (Di Nardo and Di Natale, 2011)، با ۱۰۸۰۰ نفر جمعیت در منطقه‌ی Caserta ایتالیا واقع شده است. این شبکه با شبکه مشهور C-town توسط دی‌ناردو و

### - شاخص‌های توپولوژیکی

شاخص تعادل یا توازن<sup>۱</sup> در گراف: برای کنترل بهتر سیستم‌های توزیع آب معمولاً نیاز است که زیرگراف‌ها (نواحی مجزای هیدرولیکی) متوازن (متعادل) باشند تا کنترل یکپارچه‌ای بر سیستم توزیع آب اعمال شود. به این منظور شاخصی تحت عنوان شاخص توازن (تعادل) معرفی می‌شود که هدف داشتن مقدار حداقلی از تابع زیر است تا نواحی متوازن با حداقل لوله‌های مرزی ایجاد شود

$$I_B = \frac{K \times \max(C_k)}{n} \quad (12)$$

که در آن

$k$  تعداد زیربخش‌ها،  $\max(C_k)$  اندازه بزرگترین زیربخش  $n_k$  و  $n$  تعداد کل نقاط است. تعداد لوله‌های مجهز به جریان‌سنج‌ها ( $N_{fm}$ ): این تعداد از مرحله دوم ناحیه‌بندی شبکه به دست می‌آید. این شاخص بر روی هزینه شبکه تأثیرگذار است، زیرا تعداد جریان‌سنج‌هایی که برای نظارت در داخل و خارج نواحی قابل اندازه‌گیری نصب می‌شوند را مشخص می‌کند. همچنین، بر تعداد لوله‌هایی که از طریق شیرفلکه‌ها بسته می‌شوند هم تأثیرگذار است. بنابراین این معیار باید حداقل شود.

تعداد لوله‌های مرزی  $N_{ec}$  تمام وترهای بین خوشه‌ای (نواحی مجزای هیدرولیکی) یا برش‌های یالی هستند که هدف در الگوریتم‌های بهینه‌سازی ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب بر مبنای تئوری گراف، داشتن کمینه‌ای از این برش‌های یالی است.

### - شاخص‌های هیدرولیکی

با وجود مزایای فراوان، این روش می‌تواند عملکرد هیدرولیکی شبکه را تغییر دهد، زیرا آنها برخلاف معیارهای طراحی سنتی، افزودگی انرژی را که می‌تواند قابلیت اطمینان شبکه را به‌طور قابل توجهی بهبود بخشد با بستن برخی از لوله‌ها از طریق شیرفلکه‌ها کاهش می‌دهد. بنابراین پس از اعمال این روش‌ها باید شاخص‌های عملکردی هیدرولیکی شبکه تحلیل شود.

### - شاخص مقاومت پذیری شبکه ( $I_r$ )

این شاخص توسط آقای تدینی در سال ۲۰۰۰ معرفی شده است که

<sup>1</sup>Balance Index ( $I_B$ )



### ۳- نتایج و بحث

به‌منظور ارائه اولویت‌بندی طرح‌های بیان شده، از روش امتیازدهی پیشنهادی استفاده شد. این روش در قالب یک پژوهش موردی برای شبکه توزیع آب در کشور ایتالیا مطرح شد که برای بررسی انواع روش‌های ناحیه‌بندی، از نتایج ارائه شده توسط پژوهشگران پس از تبدیل شبکه به نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری، استفاده شد. در انتها، پس از وزن‌دهی معیارها، رتبه‌بندی‌های مختلف برای گزینه‌ها ارائه شد.

#### ۳-۱- محاسبه شاخص‌های افزایش‌بندی

ناحیه‌بندی شبکه Parete به ۴ زیربخش با استفاده از روش‌های افزایش‌بندی EBC، FGC، MA، MLRB و ۳ الگوریتم از روش خوشه‌بندی طیفی LSC، L<sub>rw</sub>SC، L<sub>sym</sub>SC بر روی گراف وزن‌دار (مقدار جریان در هر لوله به‌عنوان وزن هر وتر در گراف در نظر گرفته می‌شود) و گراف بی‌وزن انجام شد، سپس مرحله دوم ناحیه‌بندی برای تعیین موقعیت جریان‌سنج‌ها و یا شیرفلکه‌ها انجام شد و در مرحله آخر شاخص‌های عملکرد شبکه پس از ناحیه‌بندی محاسبه شد که مقدار این شاخص‌ها در جدول ۴ بیان شدند.

#### ۳-۲- به‌کارگیری AHP

اولین مرحله در روش AHP، تشکیل درخت سلسله‌مراتبی است که در راس آن درخت، هدف کلی مسئله که یافتن بهترین روش افزایش‌بندی و در سطح بعد معیارها و سطح آخر، گزینه‌ها که مقایسه می‌شوند، است. این درخت در شکل ۳ نشان داده شده است. سپس ماتریس مقایسات زوجی معیارها برای روش AHP بر اساس مطالعه پژوهش‌ها و جمع‌بندی نظر متخصصین مطابق جدول ۵ تشکیل شد. مرحله بعد نرمال کردن اعداد هر یک از معیارهای ماتریس مقایسات زوجی بود و پس از پایان عملیات نرمال‌سازی اعداد، نوبت به استخراج میانگین هندسی از اعداد نرمال شد و به‌دست آوردن وزن قطعی نرمال‌ها بود که این مقدار در جدول ۶ نشان داده شده است. سپس برای هر گزینه، امتیاز آن محاسبه و نرمال شد. امتیاز بیشتر مربوط به گزینه‌ای بود که با توجه به معیارهای مقایسه‌ای ما برترین انتخاب باشد. نتایج نهایی در جدول ۷ برای دو گراف وزن‌دار و گراف بی‌وزن بیان شده است. الگوریتم L<sub>sym</sub>SC در گراف وزن‌دار، شاخص‌هایش به دلیل ارضا نکردن قید

جدول ۳- مشخصات شبکه Parete  
Table 3. Parete network characteristics

Junctions (n)	184
Pipes	282(m)
Pipe total length	32.67 (km)
Pipe material	cast iron
Reservoir head	two to 110 (m)
Total inflow (peak demand)	110.2 (l/s)
$h^*_i$	25(m)
Diameter of pipes (mm)	200,150,125,110,100,80,60

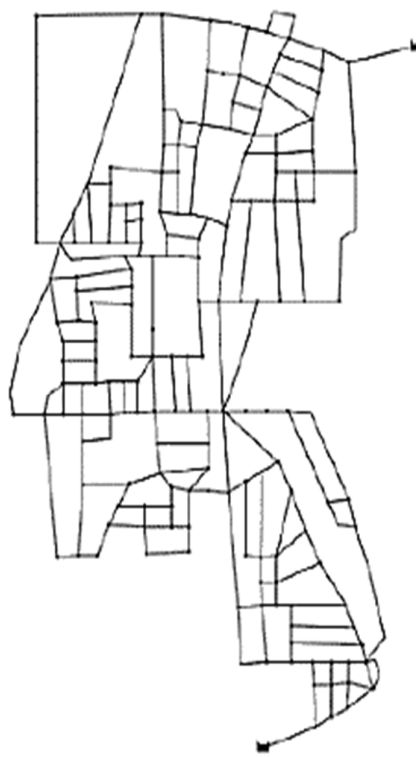


Fig. 2. Parete network topology  
شکل ۲- توپولوژی شبکه Parete

همکاران مقایسه شد که در نتیجه، شبکه Parete را شبکه‌ای منسجم‌تر و مستحکم‌تر از C-Town معرفی کردند. آنها شبکه Parete را به‌عنوان شبکه‌ای مناسب که دارای طرحی کارآمد و مطلوب برای تقسیم به نواحی قابل اندازه‌گیری بهینه است، معرفی کردند (Ostfeld et al., 2012, Di Nardo et al., 2018).



جدول ۴- شاخص‌های افزایش‌دهی شبکه Parete  
Table 4. Parete network partition indexes

Method	Unweighted graph					Weighted graph				
	Resilience	Min node pressure	Number of boundary pipes	Number of flow meters	Balance	Resilience	Min node pressure	Number of boundary pipes	Number of flow meters	Balance
MLRB	0.32	21.49	16	6	1.02	0.34	21.18	27	6	1.05
MA	0.34	21.42	18	6	1.00	0.34	21.18	23	6	1.00
FGC	0.34	20.73	14	6	1.24	0.28	19.65	13	6	2.35
EBC	0.33	21.31	14	6	1.22	0.35	21.63	13	6	1.35
LSC	0.29	22.78	16	5	1.04	0.33	21.58	15	5	1.65
L <sub>rw</sub> SC	0.29	22.78	16	5	1.04	0.33	20.79	24	5	1.69
L <sub>sym</sub> SC	0.29	22.78	16	5	1.04	-	-	-	-	-

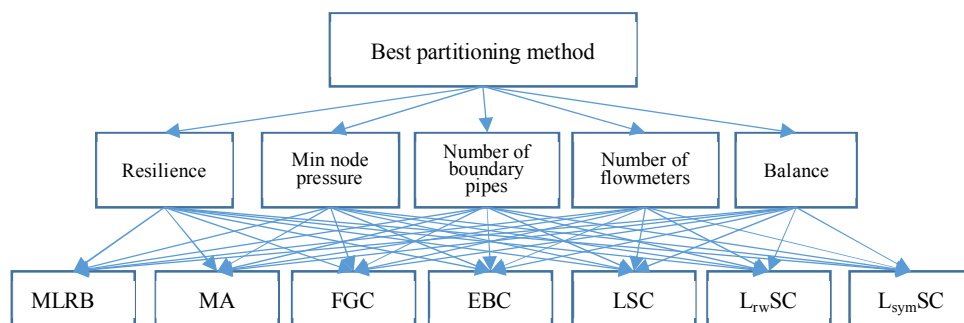


Fig. 3. Hierarchical tree  
شکل ۳- درخت سلسله مراتبی

جدول ۵- ماتریس مقایسات زوجی معیارها  
Table 5. Matrix of pairwise comparisons of criteria

Index	Resilience	Min node pressure	Number of boundary pipes	Number of flow meters	Balance
Resilience	1	2	3	5	4
Min node pressure	1/2	1	2	4	3
Number of boundary pipes	1/3	1/2	1	3	2
Number of flow meters	1/5	1/4	1/3	1	1/3
Balance	1/4	1/4	1/2	3	1
Sum	2.28	4.08	6.83	16	10.33

جدول ۶- نرمال‌سازی و وزن قطعی معیارها  
Table 6. Normalization and weighting of criteria

Index	Resilience	Min node pressure	Number of boundary pipes	Number of flow meters	Balance	Absolute weight
Resilience	0.438	0.490	0.439	0.312	0.387	0.401
Min node pressure	0.219	0.245	0.292	0.25	0.290	0.262
Number of boundary pipes	0.144	0.122	0.146	0.187	0.193	0.161
Number of flow meters	0.087	0.061	0.048	0.0625	0.0319	0.063
Balance	0.109	0.080	0.073	0.187	0.096	0.111



جدول ۷- رتبه‌ها و امتیازهای نهایی  
Table 7. Final rankings and scores

Weighted graph			Unweighted graph		
Score	Algorithms	Rank	Score	Algorithms	Rank
0.182	EBC	1	0.145	LSC	1
0.174	LSC	2	0.145	L <sub>rw</sub> SC	2
0.170	MA	3	0.145	L <sub>sym</sub> SC	3
0.163	MLRB	4	0.141	MLRB	4
0.156	L <sub>rw</sub> SC	5	0.141	EBC	5
0.152	FGC	6	0.140	FGC	6
-	-	-	0.140	MA	7

MLRB در گراف بی‌وزن رتبه دوم و امتیازی برابر با امتیاز EBC به دست آورد و الگوریتم MA رتبه آخر و امتیازی برابر با FGC را با کمی اختلاف از رتبه دوم کسب کرد.

همان‌طور که از جدول ۷ و شکل ۴ برداشت می‌شود می‌توان به این نتیجه رسید که در گراف بی‌وزن ساختار جامعه و افزایش‌بندی گراف اولویت و برتری بر اساس این شاخص‌ها بر یکدیگر ندارند. در گراف وزن‌دار الگوریتم FGC کمترین مقدار را در شاخص انعطاف‌پذیری، حداقل فشار گره‌ای و حداکثر مقدار را در شاخص توازن دارد. همان‌طور که پیش‌بینی شد به دلیل اهمیت زیاد دو شاخص هیدرولیکی در شبکه توزیع آب، این الگوریتم رتبه پایینی را کسب کرد.

الگوریتم‌های خوشه‌بندی طیفی در گراف بی‌وزن با وجود حداقل مقدار شاخص انعطاف‌پذیری رتبه نخست را کسب کردند، که این رتبه و امتیاز اهمیت روش AHP را برای مقایسه روش‌ها با یکدیگر بیان می‌کند. همچنین امتیازهای کسب شده توسط این الگوریتم‌ها با یکدیگر برابر بود، بنابراین برای مقایسه آنها با یکدیگر به شاخص‌های بیشتری نیاز بود. با توجه به بیشترین وزن برای دو شاخص هیدرولیکی همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد الگوریتم LSC برای گراف وزن‌دار در رتبه دوم قرار گیرد، زیرا بعد از الگوریتم EBC شاخص‌هایش در شرایط بهتری در مقایسه با سایر روش‌ها قرار داشت. در مجموع می‌توان عنوان کرد الگوریتم خوشه‌بندی طیفی نرمال نشده LSC و الگوریتم EBC روش‌هایی برتر و الگوریتم FGC روشی با کمترین امتیاز برای افزایش‌بندی این شبکه هستند.

پیوستگی در شبکه توزیع آب قابل محاسبه نبود و این الگوریتم برای گراف وزن‌دار از مقایسه حذف شد.

محاسبه نرخ ناسازگاری: برای ماتریس مقایسه زوجی مسئله فوق داریم

$$\lambda_{\max} = 5/0.1569 \text{ و } n = 5$$

$$(I.I) \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} = 0/0.039$$

$$(I.R) \frac{0/0.039}{1/12} = 0/0.035 \leq 0/1 \rightarrow \text{ok}$$

با توجه به این مقدار از ناسازگاری، وزن‌های تخصیص یافته مورد قبول بود و نیازی به رفع ناسازگاری نبود.

### ۳-۳- ارزیابی روش‌های افزایش‌بندی

همان‌طور که انتظار بود الگوریتم EBC و FGC با توجه به مفهوم ساختار جامعه در هر دو گراف وزن‌دار و بی‌وزن کمترین تعداد لوله‌های مرزی را کسب کرد. الگوریتم EBC برای گراف وزن‌دار بیشترین امتیاز را داشت که با توجه به جدول شاخص‌ها با داشتن بیشترین مقدار مقاومت‌پذیری، حداقل فشار گره‌ای و حداقل تعداد لوله‌های مرزی چنین انتظاری بود. برای این الگوریتم در گراف بی‌وزن رتبه دوم در نظر گرفته شد.

حداقل توازن برای الگوریتم‌های MA و MLRB به دست آمد که با توجه به مفهوم افزایش‌بندی گراف چنین انتظاری بود. الگوریتم



کمینه‌سازی تعداد جریان‌سنج‌ها در رتبه آخر قرار گرفتند که از مزایای این روش رتبه‌بندی معیارها بر اساس نظر متخصصین است. پس از رتبه‌بندی معیارها، گزینه‌های روش AHP از نتایج ارائه شده پژوهشگران که با اعمال ۷ الگوریتم MA، MLRB، EBC، FGC، LSC،  $L_{sym}SC$  و  $L_{rw}SC$  روش‌های خوشه‌بندی طیفی بر روی شبکه حقیقی در ایتالیا به دست آمده بودند، استفاده شد.

در اکثر پژوهش‌ها توسط پژوهشگران، مقایسه‌ای جامع و کامل و همچنین رتبه‌بندی مشخص برای این روش‌ها بر اساس اهمیت شاخص‌های توپولوژیکی و هیدرولیکی شبکه‌های توزیع آب بیان نشده بود. از آنجا که این روش قابلیت ساده‌سازی مسئله و مقایسه زوجی گزینه‌ها با یکدیگر بر اساس وزن معیارها را دارد و معیارها بر مبنای نظر متخصصین وزن‌دهی می‌شوند. در نتیجه، برای اولین بار در این پژوهش انواع روش‌های ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب با استفاده از وزن‌دهی معیارهای هیدرولیکی و توپولوژیکی با یکدیگر مقایسه شدند.

در مجموع با استفاده از AHP می‌توان عنوان کرد که الگوریتم‌های EBC و LSC برای هر دو گراف وزن‌دار و بی‌وزن روش‌هایی برتر هستند و روش FGC امتیازی کمتر در مقایسه با سایر روش‌ها برای ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب کسب کرد. همچنین گراف بی‌وزن برای مقایسه این روش‌ها مناسب نیست و پیشنهاد می‌شود در صورت در نظر گرفتن شبکه توزیع آب به صورت گراف بی‌وزن از سایر شاخص‌ها برای مقایسه انواع روش‌های ناحیه‌بندی استفاده شود.

از طرفی AHP دقیق به قضاوت‌های دقیق نیاز دارد. همچنین یک مدل تصمیم‌گیری خوب باید تحمل ابهام را داشته باشد. بنابراین، از آنجا که فازی بودن و وجود ابهام، مشخصات عمومی بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری هستند، پیشنهاد می‌شود از روش فازی AHP برای مقایسه این روش‌ها استفاده شود.

#### ۵- قدردانی

نویسندگان این پژوهش مراتب قدردانی خود را از دانشگاه شهید باهنر کرمان به خاطر حمایت‌های معنوی اعلام می‌کنند.

#### References

Campbell, E., Izquierdo, J., Montalvo, I., Ilaya-Ayza, A., Pérez-García, R. & Tavera, M. 2015. A flexible methodology to sectorize water supply networks based on social network theory concepts and multi-objective

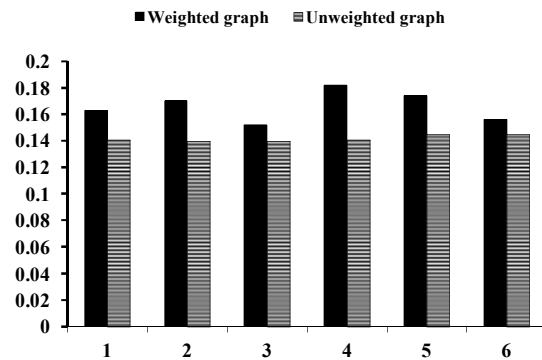


Fig. 4. Comparison of two weighted and unweighted graphs

شکل ۴- مقایسه دو گراف وزن‌دار و بی‌وزن

به‌طور کلی بیان می‌شود، گراف‌های بی‌وزن برای مقایسه این روش‌ها مناسب نیست و پیشنهاد می‌شود این روش‌ها در شرایط گراف بی‌وزن با استفاده از شاخص‌های دیگر بررسی شوند یا این الگوریتم‌ها بر روی شبکه‌های دیگر اعمال و مقایسه شوند. در مورد گراف وزن‌دار پیشنهاد می‌شود از قطر لوله و مقدار نشت در هر لوله به عنوان وزن استفاده شود و این الگوریتم‌ها مجدداً ارزیابی شوند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

با توجه به کمبود منابع آب، مسئله نشت و آلودگی در شبکه‌های توزیع آب، سیستم‌های توزیع آب را می‌توان به نواحی مجزای قابل اندازه‌گیری تقسیم کرد. در این پژوهش، بر مبنای تئوری گراف انواع روش‌های ناحیه‌بندی شبکه توزیع آب بیان شد و با استفاده از AHP با هدف کمینه‌سازی شاخص توازن (تعادل) در نواحی مجزای هیدرولیکی، تعداد لوله‌های مرزی، تعداد جریان‌سنج‌ها و بیشینه‌سازی شاخص مقاومت‌پذیری و حداقل فشار گره‌ای، بهترین روش ناحیه‌بندی شبکه‌های توزیع آب بر مبنای تئوری گراف پیشنهاد شد.

با بررسی نظر متخصصین در مورد انواع شاخص‌ها، ماتریس مقایسات زوجی آن‌ها تشکیل شد و شاخص‌ها رتبه‌بندی شدند. معیار بیشینه‌سازی مقاومت‌پذیری شبکه رتبه یک و شاخص



- optimization. *Journal of Hydroinformatics*, 18, 62-76.
- Ciaponi, C., Murari, E. & Todeschini, S. 2016. Modularity-based procedure for partitioning water distribution systems into independent districts. *Water Resources Management*, 30, 2021-2036.
- Clauset, A., Newman, M. E. & Moore, C. 2004. Finding community structure in very large networks. *Physical Review E*, 70, 066111.
- Di Nardo, A. & Di Natale, M. 2011. A heuristic design support methodology based on graph theory for district metering of water supply networks. *Engineering Optimization*, 43, 193-211.
- Di Nardo, A., Di Natale, M., Giudicianni, C., Greco, R. & Santonastaso, G. F. 2017. Water distribution network clustering: graph partitioning or spectral algorithms? *International Conference on Complex Networks and their Applications*, Lyon, France, 1197-1209.
- Di Nardo, A., Di Natale, M., Giudicianni, C., Musmarra, D., Santonastaso, G. F. & Simone, A. 2015. Water distribution system clustering and partitioning based on social network algorithms. *Procedia Engineering*, 119, 196-205.
- Di Nardo, A., Di Natale, M., Greco, R. & Santonastaso, G. F. 2014. Ant algorithm for smart water network partitioning. *Procedia Engineering*, 70, 525-534.
- Di Nardo, A., Di Natale, M., Santonastaso, G. F. & Venticquique, S. 2013. An automated tool for smart water network partitioning. *Water Resources Management*, 27, 4493-4508.
- Di Nardo, A., Giudicianni, C., Greco, R., Herrera, M. & Santonastaso, G. F. 2018. Applications of graph spectral techniques to water distribution network management. *Water*, 10, 45.
- Farley, M., Water, S., Supply, W., Council, S. C. & Organization, W. H. 2001. *Leakage management and control: a best practice training manual*, WHO, Pub., Geneva, Switzerland.
- Lee, H. & Kong, M. 2017. Analysis level of service for asset management in water supply network. *International Journal of Applied Engineering Research*, 12, 9890-9895.
- Okeola, O. & Sule, B. 2012. Evaluation of management alternatives for urban water supply system using multicriteria decision analysis. *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, 24, 19-24.
- Ostfeld, A., Salomons, E., Ormsbee, L., Uber, J. G., Bros, C. M., Kalungi, P., et al. 2012. Battle of the water calibration networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 138, 523-532.
- Perelman, L. & Ostfeld, A. 2011. Topological clustering for water distribution systems analysis. *Environmental Modelling & Software*, 26, 969-972.
- Saaty, R. W. 1987. The analytic hierarchy process-what it is and how it is used. *Mathematical Modelling*, 9(3-5), 161-176.
- Scarpa, F., Lobba, A. & Becciu, G. 2016. Elementary DMA design of looped water distribution networks with multiple sources. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 142, 04016011.
- Shekofteh, M. & Ghazizadeh, M. J. 2020. The optimized implementation of the district metered areas in the water distribution networks using graph theory. *Journal of Water and Wastewater*, 31(1), 12-24 (In Persian).
- Tanyimboh, T. T. & Kalungi, P. 2009. Multicriteria assessment of optimal design, rehabilitation and upgrading schemes for water distribution networks. *Civil Engineering and Environmental Systems*, 26, 117-140.
- Von Luxburg, U. 2007. A tutorial on spectral clustering. *Statistics and Computing*, 17, 395-416

