

# طراحی بهینه سیستم انتقال پمپ‌دار در مقابل ضربه قوچ ناشی از توقف ناگهانی پمپ با استفاده از دو روش الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی ریاضی

جواد محجوبی<sup>۲</sup>

محمد هادی افشار<sup>۱</sup>

پذیرش ۸۶۷/۱۵

(دریافت ۸۵/۷/۴)

## چکیده

در سالهای اخیر طراحی بهینه سیستم‌های انتقال آب به طور قابل ملاحظه‌ای مورد توجه واقع شده است. در این تحقیق مسئله طراحی بهینه قطر و ضخامت لوله‌های سیستم انتقال با استفاده از دو روش الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی ریاضی به گونه‌ای که توقف ناگهانی پمپ به بروز پدیده جدایی ستون آب و افزایش فشار خط لوله منجر نشود مد نظر قرار گرفته است، همچنین قابلیت‌های روشهای مورد نظر، بررسی و ارزیابی شده است. این مقایسه با فرض پیوسته بودن قطر و ضخامت لوله‌ها صورت گرفته که در مورد پروژه‌های بزرگ و خاص موضوعیت می‌یابد. بدیهی است در سیستم‌های با ظرفیت کم که امکان استفاده از لوله‌های تیپ موجود در بازار در فرآیند طراحی وجود دارد، روشهای برنامه‌ریزی ریاضی از قابلیت بالایی برخوردار نبوده و استفاده از الگوریتم ژنتیک موضوعیت بیشتری خواهد داشت. برای شبیه‌سازی جریان گذرا از روش خطوط مشخصه صریح که در آن، لوله‌ها به عنوان استخوان‌بندی و سایر تجهیزات همچون پمپ، به عنوان شرایط مرزی تعریف می‌شوند استفاده شده است. مسئله طراحی بهینه سیستم انتقال همان گونه که از طبیعت آن مشخص است، مسئله‌ای مقید است که حل آن نیازمند استفاده از روشهای بهینه‌سازی مقید است. در این تحقیق از روشی نامقید برای طراحی بهینه سیستم انتقال استفاده شده است که این امر نیازمند تبدیل مسئله مقید مورد نظر به مسئله‌ای نامقید است. به این منظور از توابع جریمه خارجی به عنوان روشی برای تبدیل مسئله اصلی مقید به مسئله‌ای نامقید استفاده شده است. مسئله نامقید حاصل با استفاده از روشهای بهینه‌سازی ریاضی و الگوریتم ژنتیک حل شده و کارایی روش با حل یک مثال عددی بررسی شده است. در فرآیند شبیه‌سازی نشان داده شد که با افزایش قطر لوله‌ها، اثرات توقف ناگهانی پمپ به ویژه مقدار فشار منفی ایجاد شده و جدایی ستون آب ناشی از آن، کاهش می‌یابد. همچنین بهینه‌سازی صورت پذیرفته، باعث جلوگیری از ایجاد موج منفی در محل پمپ، حرکت معکوس جریان آب، افزایش فشار در خط لوله رانش و کاهش فشار در خط لوله مکش سیستم شده است.

**واژه‌های کلیدی:** ضربه قوچ، جدایی ستون آب، پمپ، الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی ریاضی.

## Optimal Design of Pumped Pipeline Systems Using Genetic Algorithm and Mathematical Optimization

Mohammadhadi Afshar<sup>1</sup> Javad Mahjoobi<sup>2</sup>

(Received Sep. 26, 2006 Accepted Oct. 7, 2007)

### Abstract

In recent years, much attention has been paid to the optimal design of pipeline systems. In this study, the problem of pipeline system optimal design has been solved through genetic algorithm and mathematical optimization. Pipe diameters and their thicknesses are considered as decision variables to be designed in a manner that water column separation and excessive pressures are avoided in the event of pump failure. Capabilities of the genetic algorithm and the mathematical programming method are compared for the problem under consideration. For simulation of transient streams, explicit characteristic method is used in which devices such as pumps are defined as boundary conditions of the equations defining the hydraulic behavior of pipe segments. The problem of optimal design of pipeline systems is a constrained problem which is converted to an unconstrained optimization problem using an external penalty function approach. The efficiency of the proposed approaches is verified in one example and the results are presented.

**Keywords:** Water Hammer, Water Column Separation, Pump, Genetic Algorithm, Mathematical Optimization.

1. Assistant Professor, Dept. of Civil Engineering, Iran Univ. of Science and Technology, mahafshar@iust.ac.ir  
2. M.Sc. Student of Civil Engineering, Iran Univ. of Science and Technology

۱- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، mahafshar@iust.ac.ir  
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه هیدرولیکی، دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

روش خطوط مشخصه می‌باشد. این روش قابلیت بالایی در حل مسائل با پیچیدگی زیاد را دارد. این قابلیت توسط کارنی<sup>۱</sup> و مک اینیس<sup>۲</sup> در سال ۱۹۹۲ و استریتر<sup>۳</sup> و وایلی<sup>۴</sup> در سال ۱۹۹۳ در حل مسائل یک بُعدی جریان گذرای سیال غیر قابل تراکم نشان داده شد [۱ و ۲].

با توجه به پیشرفت رایانه‌های اولیه و ایجاد اطمینان به انجام محاسبات به وسیله رایانه‌ها، اولین بار گری<sup>۵</sup> در سال ۱۹۵۳ اقدام به حل مسئله ضربه قوچ با روش خطوط مشخصه به وسیله رایانه نمود [۳]. لای<sup>۶</sup> در سال ۱۹۶۲ نیز جزو اولین کسانی بود که از این روش به وسیله رایانه در حل مسائل ضربه قوچ استفاده نمود [۴]. البته شیان ذکر است که استریتر و وایلی پایه گذاران اصلی روشهای رایانه‌ای حل مسائل هستند، آنها در سال ۱۹۸۳ اصول این روشها را بنیان نهادند [۵]. البته افرادی چون چودری و واترز<sup>۷</sup> در سال ۱۹۷۹ در زمینه روشهای عددی تحلیل مسائل آب، کتابهایی را نیز به چاپ رساندند [۶ و ۷].

در سالهای اخیر طراحی بهینه سیستم انتقال به طور قابل ملاحظه‌ای مورد توجه واقع شده است. بهینه‌سازی سیستم انتقال هنگامی که به صورت ریاضی ترکیب بندی شود، نمایانگر یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی مقید است. افزایش سرعت و حافظه رایانه‌ها در سالیان اخیر موجب توسعه و پیشرفت روشهای جدید بهینه‌سازی و به ویژه الگوریتم‌های تکاملی گردیده است. بدین جهت لزوم استفاده از این روشها، که در گذشته به دلیل عدم وجود رایانه‌های سریع برای طراحی بهینه سیستم انتقال مورد بررسی و تحقیق قرار نگرفته‌اند، الزامی به نظر می‌رسد. از جمله کسانی که این زمینه را مورد بررسی قرار داده‌اند، می‌توان به لانس<sup>۸</sup> و مایس<sup>۹</sup> در سال ۱۹۸۹ که از یک مدل بهینه‌سازی برای سیستم توزیع آب استفاده کردند، اشاره نمود [۸]. سیمپسون<sup>۱۰</sup>، دندی<sup>۱۱</sup> و مورفی<sup>۱۲</sup> در سال ۱۹۹۴، مقایسه الگوریتم ژنتیک با دیگر روشهای بهینه‌سازی را برای بهینه‌سازی شبکه لوله‌ها انجام دادند [۹]. همچنین این محققان از یک مدل پیشنهادی الگوریتم ژنتیک، برای بهینه‌سازی شبکه لوله‌ها استفاده کردند [۱۰]. یانگ<sup>۱۳</sup> و کارنی نیز در سال

ضربه قوچ عبارت است از تغییرات فشار در یک سیستم مجرای جریان تحت فشار در شرایطی که سیستم تغییری از یک عملکرد ماندگار به یک عملکرد ماندگار دیگر را متحمل می‌شود. این تغییرات فشار با اعمال یک تغییر مشخص بر سیستم آغاز می‌شود و در طول یک دوره انتقالی جریان، به وسیله شکلی از استهلاك درون سیستم به حالت ماندگار بعدی منتهی می‌شود. در مورد تأسیسات تولید انرژی آبی یا خط انتقال سیال، ضربه قوچ معمولاً با تنظیم یک شیر کنترل جریان یا تغییر عملکرد یک ماشین آبی مثل پمپ یا توربین آغاز می‌گردد که عموماً به تغییر سرعت جریان در لوله‌های انتقال سیال منجر می‌شود. این تغییر سرعت در لوله‌های انتقال می‌تواند با تغییر اندازه حرکت سیال داخل مجرا به نیروی مخربی تبدیل شود که در صورت عدم کنترل باعث متلاشی شدن سیستم و بالاخص لوله‌های انتقال می‌گردد. سیال در حال حرکت در مجرای انتقال حاوی مقداری انرژی است که در نتیجه کاهش سرعت یا توقف کامل، انرژی سینتیک آن تبدیل به انرژی فشاری می‌گردد. این انرژی موجب تراکم سیال، انبساط لوله و در صورت عدم مقاومت کافی موجب شکستگی لوله‌های انتقال می‌گردد. آثار کاهش سرعت در لوله و افزایش فشار سیال و افزایش کرنش در جداره لوله ابتدا به صورت لرزش لوله و ایجاد سر و صدا به صورت ضربه‌های چکش ظاهر می‌شود. مادامی که این افزایش کرنش و سر و صدای ناشی از ضربه قوچ کم و ضعیف باشد خطری برای لوله‌های انتقال و سیستم ندارد ولی با شدت گرفتن این ضربه‌ها تلاشی و ترکیدن لوله‌ها و خسارت به سیستم انتقال حادث می‌شود. در صورت وجود تنها یک پمپ در خط انتقال و در حالت توقف پمپ، انرژی‌ای که پمپ به سیال می‌دهد به طور ناگهانی حذف می‌شود یا به تدریج کاهش می‌یابد. در این شرایط سرعت آب داخل لوله کاهش یافته و بالاخره پس از مدتی به صفر می‌رسد. با ادامه این روند و قطع کامل جریان پمپ، فشار هیدرو استاتیک سیال در داخل لوله انتقال از فشاری که پمپ اعمال می‌کند بیشتر می‌شود و جریان آب در جهت معمول قطع و در جهت عکس جریان عادی برقرار می‌شود. در این حالت پرده‌ها و پروانه پمپ شبیه پرده‌ها و پروانه یک توربین عمل می‌کنند. منفی شدن فشار در پایین دست سیستم پمپاژ ناشی از موج منفی‌ای است که به واسطه از کار افتادن پمپ تولید و به سمت پایین دست منتشر می‌شود. بدیهی است که در طراحی خطوط انتقال باید از ایجاد فشار منفی که منجر به جدایی ستون آب خواهد شد اجتناب به عمل آید.

امروزه تحقیقات نشان داده‌اند که بهترین روش در حل مسائلی مشابه ضربه قوچ که در آنها اثرات مربوط به چرخش و اصطکاک در جریان غیرقابل صرف نظر بوده و به اصطلاح جریان آشفتنه است،

1 Karney  
2 McInnis  
3 Streeter  
4 Wylie  
5 Gray  
6 Lai  
7 Watters  
8 Lansy  
9 Mays  
10 Simpson  
11 Dandy  
12 Murphy  
13 Jung

$$\sigma_i \leq \sigma_{\max} \quad i = 1, \dots, NP \quad (4)$$

- قید حداکثر فشار برای جلوگیری از آسیب به تجهیزات و حداقل فشار جهت جلوگیری از خلاءزایی

$$P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max} \quad i = 1, \dots, NP \quad (5)$$

- قید حداقل و حداکثر ضخامت و قطر لوله

$$t_{\min} \leq t_i \leq t_{\max} \quad i = 1, \dots, NP \quad (6)$$

$$d_{\min} \leq d_i \leq d_{\max} \quad i = 1, \dots, NP \quad (7)$$

### ۳- روشهای حل مسئله

الگوریتم‌های متعددی در بهینه‌سازی سیستم انتقال استفاده گردیده، در این تحقیق از روشهای برنامه‌ریزی غیرخطی و همچنین الگوریتم ژنتیک در حل مسئله ذکر شده استفاده شده است.

#### ۳-۱- روش برنامه‌ریزی غیرخطی

مسئله طراحی بهینه سیستم انتقال همان گونه که از طبیعت آن بر می‌آید، مسئله‌ای مقید است که حل آن نیازمند استفاده از روشهای بهینه‌سازی مقید می‌باشد. در این تحقیق از روشی نامقید برای طراحی بهینه سیستم انتقال استفاده شده است، که این امر نیازمند تبدیل مسئله مقید مورد نظر به مسئله‌ای نامقید است. بدین منظور از توابع جریمه خارجی به عنوان روشی برای تبدیل مسئله اصلی مقید به مسئله‌ای نامقید استفاده شده است. مسئله نامقید حاصل با استفاده از نرم افزار عمومی DOT<sup>۱</sup> و استفاده از روشهای BFGS<sup>۲</sup> و جهات مزدوج (فلچر-ریوس) حل شده است [۱۲].

با در نظر گرفتن قطر و ضخامت لوله به عنوان متغیرهای تصمیم، قیود قطر و ضخامت، از طریق الگوریتم بهینه‌سازی ارضا می‌شوند. سایر قیود از طریق تابع جریمه به تابع هزینه افزوده می‌گردد. بدین ترتیب تابع هدف به صورت زیر نوشته می‌شود که در آن برای یکسان‌سازی اثر قیود از شکل نرمال‌سازی شده آنها استفاده شده است.

$$\text{Min } C_T + R \sum_{i=1}^{NP} \left[ \left(1 - \frac{P}{P_{\min}}\right)^2 + \left(\frac{P_i}{P_{\max}} - 1\right)^2 + \left(\frac{V_i}{V_{\max}} - 1\right)^2 + \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{\max}} - 1\right)^2 \right] \quad (8)$$

که در آن

۲۰۰۴ با استفاده از الگوریتم‌های تکاملی ژنتیک و کوچ دسته‌جمعی پرندگان به بهینه‌سازی خطوط لوله پرداختند [۱۱].

در این تحقیق از روشهای برنامه‌ریزی ریاضی و الگوریتم ژنتیک به عنوان الگوریتم‌های بهینه‌سازی در طراحی بهینه سیستم انتقال استفاده شده است.

#### ۲- مدل بهینه‌سازی

مسئله طراحی بهینه سیستم انتقال با جانمایی مشخص، را می‌توان به صورت زیر در قالب کلی مسائل بهینه‌سازی ریاضی تعریف کرد:

$$\text{Min } C = \sum f(d_i, t_i) \quad i = 1, \dots, NP \quad (1)$$

تحت قید  $g_j(V_i, d_i, t_i, \sigma_i, H_i) \leq 0$

که در آن

C هزینه طرح،  $V_i$  سرعت در دبی طراحی لوله i ام،  $d_i$  قطر لوله i ام،  $t_i$  ضخامت لوله i ام،  $\sigma_i$  مقدار تنش لوله i ام،  $H_i$  ارتفاع سیال و NP تعداد لوله‌ها در سیستم انتقال است.

#### ۲-۱- تابع هدف

مجموع هزینه‌های طرح که شامل هزینه‌های خرید، اجرا و نصب لوله‌ها است به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود که می‌بایست کمینه گردد. بنابراین تابع هدف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_T = \sum C_{P_i}(d_i, t_i) \quad (2)$$

که در آن

$C_{P_i}$  هزینه واحد طول کارگذاری لوله i در سیستم انتقال، می‌باشد.

هزینه خرید و نصب لوله‌ها تابعی غیرخطی از قطر و ضخامت لوله‌هاست. این هزینه‌ها تابعی از متغیرهای متفاوت است که مقدار آن تنها با برازش داده‌های واقعی مشخص می‌گردد. در این تحقیق هزینه‌های مربوط به کارگذاری لوله‌ها به صورت تابعی از قطر و ضخامت به برنامه داده شده و برنامه با استفاده از مقادیر، هزینه مربوط به هر مورد فرضی را محاسبه می‌نماید.

#### ۲-۲- قیود

قیود در این مسئله به شرح زیر می‌باشند:

- قید حداکثر سرعت در دبی طراحی

$$V_i \leq V_{\max} \quad i = 1, \dots, NP \quad (3)$$

- قید حداکثر تنش لوله

<sup>1</sup> Design Optimization Technologies

<sup>2</sup> Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno

R ضریب جریمه است که مقدار آن در صورت تخلف از قیود، عددی بزرگ و در صورتی که قیود ارضا شوند معادل صفر منظور می‌شود.

مقدار ضریب جریمه در حین فرآیند بهینه‌سازی تعیین شده و لذا موجب افزایش هزینه‌های محاسباتی نمی‌گردد. روندنمای فرآیند بهینه‌سازی با تاکید بر نحوه تعیین ضریب تابع جریمه در شکل ۱ نشان داده شده است.

### ۳-۱-۱- تعیین ضریب جریمه

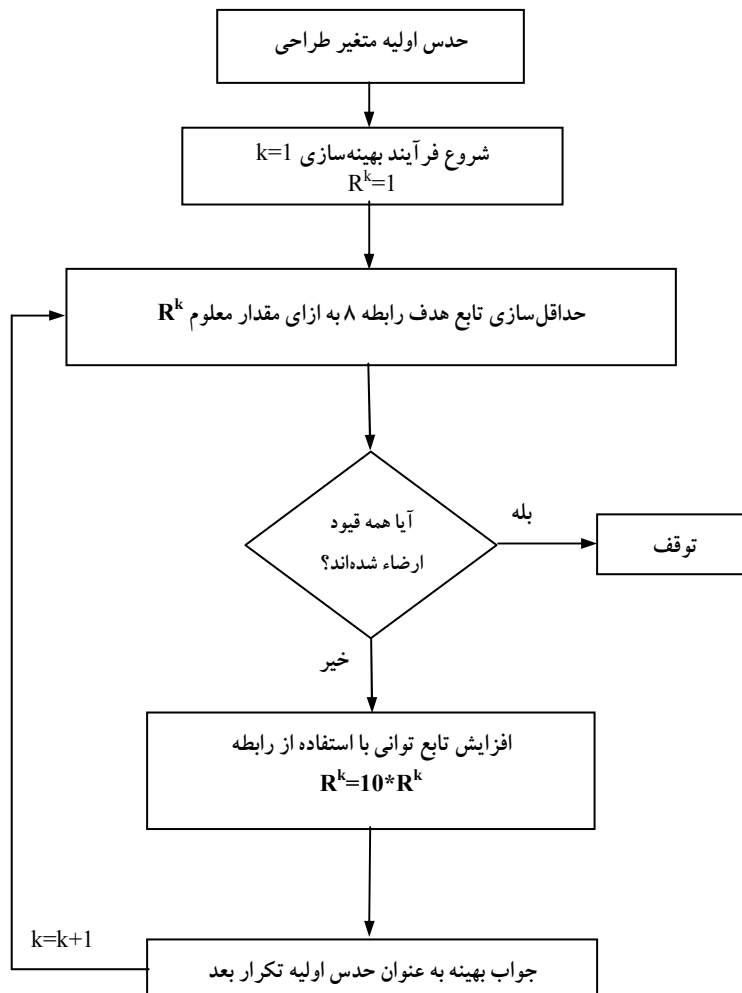
استفاده از روش تابع جریمه مستلزم معلوم بودن مقدار ضریب جریمه است. کیفیت جواب مسئله بهینه‌سازی بستگی زیادی به مقدار ضریب جریمه دارد. اگر ضریب جریمه کوچک باشد، ممکن است جواب مسئله یک جواب نشدنی و اگر خیلی بزرگ باشد، جواب به دست آمده کیفیت خوبی نخواهد داشت. مقدار مناسب ضریب جریمه از مسئله‌ای به مسئله دیگر فرق می‌کند و لذا مقدار آن از قبل معلوم نیست. روش متداول در تعیین مقدار مناسب ضریب جریمه مبتنی بر سعی و خطاست که هزینه فرآیند بهینه‌سازی را افزایش خواهد داد [۱۳]. در این تحقیق از فرآیندی تکراری برای تعیین مقدار ضریب جریمه استفاده شده است. در این روش

### ۳-۲- روش الگوریتم ژنتیک [۱۴]

در این تحقیق با توجه به طبیعت متغیرهای تصمیم از مدل بهینه‌سازی به شرح زیر استفاده شده است:

### ۳-۲-۱- رمزگذاری متغیرهای تصمیم

با توجه به اینکه الگوریتم ژنتیک با مجموعه‌ای از متغیرهای رمز شده سر و کار دارد نه با خود آنها، بنابراین لازم است که متغیرهای تصمیم به نحو مناسبی رمزگذاری شوند. روشهای مختلفی برای رمزگذاری وجود دارند که می‌توان از آنها استفاده نمود. در اینجا با توجه به پیوسته بودن متغیرهای تصمیم از رمزگذاری اعشاری متغیرهای پیوسته استفاده شده است.



شکل ۱- روند نمای فرآیند بهینه‌سازی غیرخطی

### ۳-۲-۲- تابع برازندگی

را مشخص می‌کند. در این تحقیق از احتمال جهش ۵۰/۰ استفاده شده است.

در این مسئله هر کروموزوم (بردار متغیرهای تصمیم) معرف یک خط انتقال است و هدف مسئله نیز به حداقل رساندن هزینه آن خط انتقال می‌باشد. بنابراین خط انتقالی که هزینه کمتری داشته باشد مناسب‌تر است و باید برازندگی بیشتری داشته باشد. یک روش برای محاسبه برازندگی خط انتقال، کم کردن هزینه خط انتقال از یک مقدار بزرگ است. روش دیگر استفاده از معکوس هزینه خط انتقال به عنوان برازندگی خط انتقال است که در این تحقیق استفاده شده است. لذا در روش مورد استفاده با کاهش هزینه‌ها، ارزش خط انتقال افزایش یافته و شانس استفاده از اطلاعات آن خط، برای تولید خط انتقالهای بعدی بیشتر می‌شود.

### ۳-۲-۷- نخبه‌گرایی

در این تحقیق از قابلیت نخبه‌گرایی در مدل ژنتیک پیشنهادی استفاده گردیده است. این بدین معنی است که همیشه بهترین جواب یک نسل، انتخاب و به نسل بعدی منتقل می‌گردد. با این کار احتمال از دست دادن اطلاعات بهترین جواب وجود ندارد و سرعت همگرایی افزایش می‌یابد.

### ۳-۲-۸- معیار همگرایی

با توجه به اینکه نخبه‌گرایی باعث تکثیر بهترین جواب در نسل بعد می‌گردد، معیار همگرایی بدین صورت فرض شود که بهترین جواب در تعداد مشخصی از نسلهای بعدی ثابت مانده و یا تکرار گردد.

### ۳-۲-۳- نحوه اعمال جریمه

قیود ذکر شده در مسئله مقید طراحی بهینه خطوط انتقال همان‌گونه که در روش برنامه‌ریزی غیرخطی شرح داده شد، به صورت تابع جریمه به تابع هدف افزوده شده تا مسئله مقید مورد نظر به مسئله‌ای نامقید تبدیل شود.

### ۳-۲-۹- گامهای مدل پیشنهادی

روش ارائه شده در این تحقیق برای دستیابی به طرح بهینه خطوط انتقال بر اساس الگوریتم ژنتیک شامل گامی است که در شکل ۲ به صورت روندنما نمایش داده شده است. اطلاعات ورودی شامل اطلاعات خط انتقال (تعداد لوله‌ها، تعداد گره‌ها، مقدار مصارف گرهی، تراز زمین، منشأ ایجاد ضربه قوچ و غیره) و اطلاعات ژنتیک (تعداد جمعیت، تعداد نسل، احتمال جهش و ترکیب، نحوه انتخاب، معیار همگرایی و غیره) می‌باشد.

### ۳-۲-۴- نحوه انتخاب طبیعی

در مدل پیشنهادی از روش چرخ گردان برای انتخاب والدین استفاده شده است.

### ۳-۲-۵- ترکیب (تزیج)

برای انجام عمل ترکیب از روش ترکیب یک نقطه‌ای استفاده گردیده. احتمال مناسب برای انجام ترکیب ۵۰ تا ۸۵ درصد است، یعنی تنها ۵۰ تا ۸۵ درصد از جمعیت انتخاب شده با یکدیگر ترکیب می‌شوند. در این تحقیق از احتمال تزیج ۸۵ درصد استفاده شده است.

### ۳-۲-۶- جهش

محاسبه سرعت و فشار جریان آب در لوله‌ها و وظیفه مدل شبیه‌ساز است کارآیی و وظیفه‌مندی طرح بستگی به دقت شبیه‌سازی هیدرولیکی شرایط جریان در خطوط انتقال دارد، بنابراین استفاده از مدل شبیه‌سازی مناسب، تأثیر به‌سزایی در دستیابی به طرح بهینه دارد. در این تحقیق روش خطوط مشخصه برای شبیه‌سازی جریان به کار گرفته شد.

اعمال جهش در مدل پیشنهادی به صورت یک بیت در کروموزوم انجام می‌پذیرد. نحوه عمل بدین گونه است که یک کروموزوم به صورت تصادفی از میان جمعیت انتخاب می‌شود. سپس عدد تصادفی  $k$  بین ۱ و طول کروموزوم انتخاب شده و نهایتاً مقدار بیت  $k$  ام به صورت تصادفی در محدوده مقادیر مجاز انتخاب و جانشین مقدار قبلی می‌شود. این بدین معنی است که مقدار یکی از ژن‌ها و به عبارت دیگر مقدار یک متغیر تصمیم تغییر می‌کند. این تغییر می‌تواند سبب بهتر شدن و یا بدتر شدن جواب گردد. با این وجود جهش، موجب گسترده شدن فضای جستجو و افزایش سرعت همگرایی می‌گردد. احتمال جهش، تعداد کروموزوم‌های جهش یافته

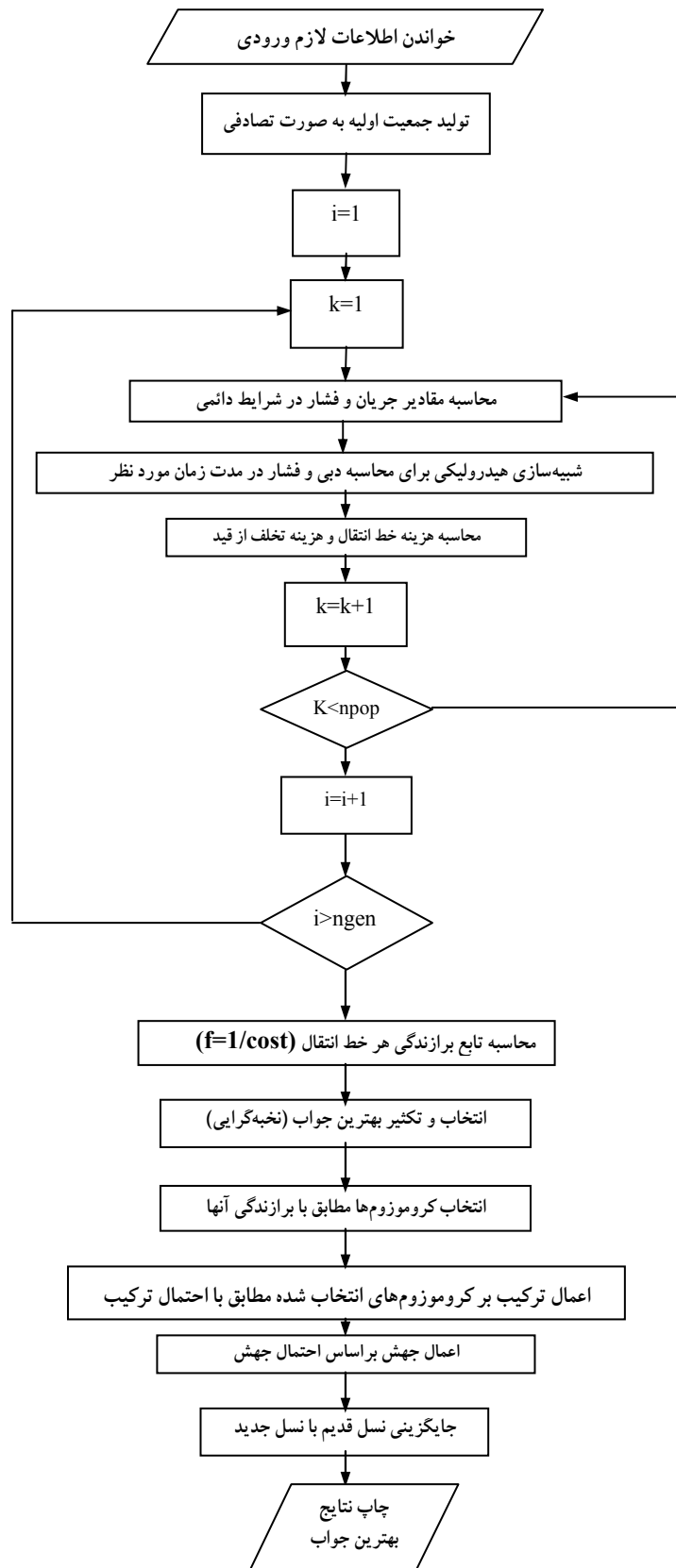
### ۴-۱- روش خطوط مشخصه

روابط حاکم بر پدیده ضربه قوچ به شرح زیر می‌باشند:

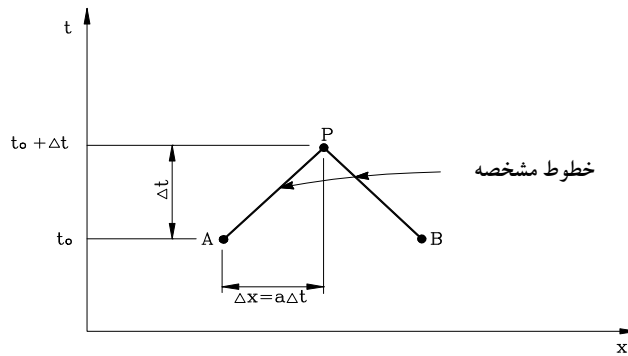
$$L_1 = \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + RQ|Q| = 0 \quad (9)$$

$$L_2 = a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

که در آن  $R=f/(2DA)$  و  $a$  سرعت موج فشاری می‌باشد. با ترکیب خطی روابط فوق رابطه ۱۱ به دست می‌آید:



شکل ۲- روند نمای فرآیند بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک



شکل ۳- نمایش خطوط مشخصه

حال با ترکیب مقادیر معلوم در روابط ۱۸ و ۱۹، مجموعه روابط زیر حاصل می‌شوند:

$$Q_P = C_P - C_a H_P \quad (20)$$

$$Q_P = C_n + C_a H_P \quad (21)$$

$$C_P = Q_A + \frac{gA}{a} H_A - R\Delta t Q_A |Q_A| \quad (22)$$

$$C_n = Q_B - \frac{gA}{a} H_B - R\Delta t Q_B |Q_B| \quad (23)$$

$$Q_P = 0.5(C_P + C_a) \quad (24)$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad (25)$$

#### ۲-۴- شبیه سازی جریان گذرا در پمپ

پمپ‌ها دارای کمیت‌های بدون بعد می‌باشند. این مقادیر در زمان کار عادی پمپ، ثابت هستند ولی با ایجاد جریان گذرا دستخوش تغییراتی می‌شوند. چنانچه  $Q_R$ ،  $H_R$ ،  $N_R$ ،  $T_R$ ، به ترتیب دبی، هد، سرعت و گشتاور در بهترین راندمان پمپ باشند، اعداد بی بعد زیر تعریف می‌شوند:

$$\beta = \frac{T}{T_R} \quad \alpha = \frac{N}{N_R} \quad h = \frac{H}{H_R} \quad v = \frac{Q}{Q_R} \quad (26)$$

از نسبت‌های  $F_\beta = \frac{\beta}{\alpha^2 + v^2}$ ،  $F_h = \frac{h}{\alpha^2 + v^2}$  و  $\theta = \tan^{-1} \frac{\alpha}{v}$  برای ترسیم منحنیهای فشار-هد و گشتاور-هد استفاده می‌شود.

تعیین مقدار سرعت و فشار در گام‌های مختلف زمانی در اثر تغییر در عملکرد یک پمپ، با استفاده از مقادیر معلوم  $\alpha_i$ ،  $v_i$ ،  $h_i$  و  $\beta_i$  در ابتدای گام زمانی، مستلزم تعیین مقادیر  $\alpha_p$ ،  $v_p$ ،  $h_p$  و  $\beta_p$  در انتهای گام زمانی است. بدین منظور ابتدا مقادیر  $\alpha_p$  و  $v_p$  را تخمین زده و آنها را با  $\alpha_e$  و  $v_e$  نشان می‌دهیم. لازم به ذکر است که برای تخمین اولیه می‌توان از میزان اختلاف در مقادیر  $\alpha$  و  $v$  در گام زمانی قبل، در این گام زمانی استفاده نمود و یا مقداری را به طور دلخواه ولی در حد مجاز به مقدار  $\alpha_i$  و  $v_i$  اضافه نمود بدین ترتیب روابط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\alpha_e = \alpha_i + \Delta\alpha \quad \text{یا} \quad \alpha_e = \alpha_i + \Delta\alpha_{i-1} \quad (27)$$

$$L = L_1 + \lambda L_2 \quad (11)$$

یا به عبارت دیگر:

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \lambda g A \left( \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + R Q |Q| = 0 \quad (12)$$

حال اگر  $Q=Q(x,t)$  و  $H=H(x,t)$  باشند آنگاه مشتقات کلی آنها به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (13)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (14)$$

ضریب  $\lambda$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{dx}{dt} = \lambda a^2 \Rightarrow \lambda = \pm \frac{1}{a} \quad (15)$$

حال با استفاده از روابط ۱۲ و ۱۳، روابط زیر حاصل خواهد شد:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + R Q |Q| = 0 \quad \frac{dx}{dt} = a \quad (16)$$

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + R Q |Q| = 0 \quad \frac{dx}{dt} = -a \quad (17)$$

رابطه  $\frac{dx}{dt} = \pm a$  نمایشگر دو دسته خطوط در دستگاه

مختصات  $(x,t)$  موسوم به خطوط مشخصه است (شکل ۳). همان گونه که مشهود است بسط معادله حاکم بر پدیده ضربه قوچ بر روی خطوط مشخصه، معادلات دیفرانسیل نسبی را به معادلات دیفرانسیل معمولی بر حسب متغیر مستقل  $t$  تبدیل خواهد کرد، و این تبدیل در اثر حذف متغیر مستقل  $x$  با استفاده از روابط شیب خطوط مشخصه مندرج در روابط مربوطه حاصل می‌گردد.

مقادیر مربوط به فشار و دبی در نقطه P بر اساس مقادیر معلوم فشار و دبی در نقاط A و B از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$Q_P - Q_A + \frac{gA}{a} (H_P - H_A) + R\Delta t Q_A |Q_A| = 0 \quad (18)$$

$$Q_P - Q_B + \frac{gA}{a} (H_P - H_B) + R\Delta t Q_B |Q_B| = 0 \quad (19)$$

که در آن  $T$  نیروی گشتاور،  $N$  سرعت چرخشی (دور در دقیقه) و  $\omega$  سرعت زاویه ای (rad/s) می باشد. با توجه به مشخصات پمپ:

$$\beta = -I \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} = -I \frac{d\omega}{dt} \quad (32)$$

$$T_R = 60\gamma H_R Q_R / (2\pi N_R \eta_R) \quad (33)$$

که در آن

$\gamma$  وزن مخصوص سیال،  $\eta_R$  بازدهی پمپ در حالت بهینه کارایی آن و اندیس  $R$ ، معرف وضعیت کاری یا نقطه بهره برداری است که توسط سازنده پمپ اعلام می گردد.

حال با استفاده از مقدار میانگین  $\beta$  در طول گام زمانی به صورت تفاضل محدود رابطه زیر حاصل می شود:

$$\frac{\alpha_p - \alpha}{\Delta t} = \frac{-60 T_R}{2\pi I N_R} \frac{\beta + \beta_p}{2} \quad (34)$$

که فرم ساده شده آن عبارت است از:

$$\alpha_p - C_6 \beta_p = \alpha + C_6 \beta \quad (35)$$

که در آن

$$C_6 = \frac{-15 T_R \Delta t}{\pi I N_R} \quad (36)$$

برای به دست آوردن رابطه چهارم با توجه به شکل ۴ از رابطه مربوط به هد پمپ که به شرح ذیل می باشد استفاده می گردد.

$$H_{p_{i,l}} = H_{suc} + H_p - \Delta H_{p_v} \quad (37)$$

$$\Delta H_{p_v} = C_v Q^2_{p_{i,l}} \quad (38)$$

که در آن

$H_{suc}$  ارتفاع آب در مخزن مربوط به قسمت مکش از روی سطح مینا،  $H_p$  ارتفاع پمپ شده آب در انتهای گام زمانی،  $\Delta H_{p_v}$  افت هد در شیر خروجی و  $C_v$  ضریب افت هد می باشد. البته لازم به ذکر

$$v_e = v_i + \Delta v_{i-1} \quad \text{یا} \quad v_\alpha = v_i + \Delta v \quad (28)$$

حال با توجه به مقادیر  $\alpha_e$  و  $v_e$  مقدار  $\theta_e$  قابل محاسبه است. پس از محاسبه  $\theta_e$  و با استفاده از منحنیهای فشار - هد و گشتاور - هد، نقاط مربوط به دو طرف نقطه اولیه  $\theta_e$  به دست می آیند. با توجه به مشخصات این دو نقطه و با فرض اینکه منحنی بین این دو نقطه، خطی بوده و نقطه مرتبط به انتهای گام زمانی بر روی این خط قرار داشته باشد، می توان مشخصات نقطه مربوط به انتهای گام زمانی را با استفاده از معادله خط راست بین دو نقطه اطراف آن به صورت زیر نوشت:

$$\frac{h_p}{\alpha_p^2 + v_p^2} = a_1 + a_2 \tan^{-1} \left( \frac{\alpha_p}{v_p} \right) \quad (29)$$

$$\frac{\beta_p}{\alpha_p^2 + v_p^2} = a_3 + a_4 \tan^{-1} \left( \frac{\alpha_p}{v_p} \right) \quad (30)$$

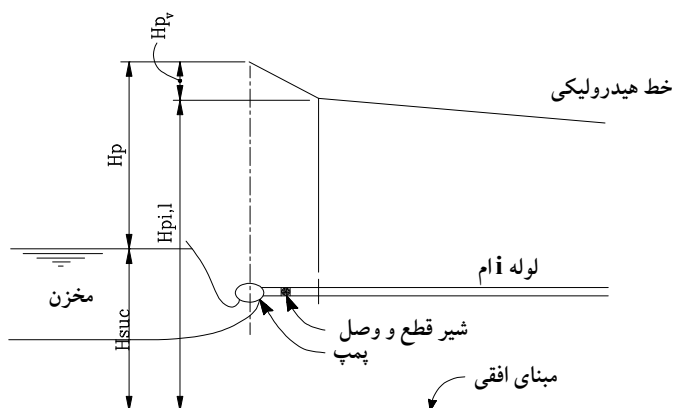
که در آنها

$a_1, a_2, a_3, a_4$  به وسیله معادله خط راست مشخص شده و در دست می باشند.

برای به دست آوردن مقادیر  $\alpha_p, h_p, v_p$  و  $\beta_p$  نیاز به چهار رابطه می باشد که روابط ۲۸ و ۲۹، دو رابطه از چهار رابطه مورد نیاز هستند. رابطه سوم از معادله دیفرانسیل حاکم بر جرم در حال دوران حاصل می شود که به صورت زیر بیان می شود:

گشتاور عبارت است از شتاب زاویه ای در ممان قطبی، که این رابطه در صورت عدم اعمال گشتاور خارجی در مورد سیال در حال دوران داخل پمپ برقرار است. یعنی:

$$T = -I \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} = -I \frac{d\omega}{dt} \quad (31)$$



شکل ۴- شرایط مرزی مربوط به پمپ



حدس و سپس با رسیدن به دقت مورد نظر با کمک روش نیوتن-رافسون، حدس اولیه اصلاح می‌گردد (روش حدس-اصلاح) یعنی:

$$\alpha_p^{(2)} = \alpha_p^{(1)} + \delta\alpha_p \quad (45)$$

$$v_p^{(2)} = v_p^{(1)} + \delta v_p \quad (46)$$

مقادیر  $\alpha_p^{(1)}$  و  $v_p^{(1)}$  می‌توانند به ترتیب  $\alpha_e$  و  $v_e$  باشند.

## ۵- مثال عددی برای نشان دادن عملکرد مدل شبیه‌سازی

### و بهینه‌سازی

در اینجا ابتدا مدل شبیه‌سازی جریان گذرا در پمپ صحت یابی شده و سپس طراحی بهینه سیستم انتقال پمپ‌دار مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای ارزیابی نتایج از مثال ارائه شده در مرجع ۶، استفاده شده است.

مثال مورد نظر، سیستم انتقال آبی متشکل از دو لوله و یک سیستم پمپاژ است که دبی ۰/۵ متر مکعب در ثانیه را از یک مخزن در تراز صفر به مخزنی در تراز ۵۹ متر پمپ می‌کند (شکل ۵). طول لوله‌ها به ترتیب برابر ۴۵۰ و ۵۵۰ متر، قطر آنها برابر ۰/۷۵ متر، ضریب اصطکاک داریسی-وایسباخ به ترتیب برابر ۰/۰۱ و ۰/۱۲، و سرعت موج در آنها برابر ۹۰۰ و ۱۰۰۰ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. سیستم پمپاژ متشکل از دو پمپ موازی است که دارای مشخصات یکسان به شرح زیر می‌باشد:

دبی در حداکثر کارایی برابر ۰/۲۵ متر مکعب در ثانیه، ارتفاع پمپاژ در حداکثر کارایی برابر ۶۰ متر، سرعت پمپ در حداکثر کارایی برابر ۱۱۰۰ دور در دقیقه، کارایی پمپ برابر ۰/۸۴، ممان اینرسی پمپ و موتور برابر ۱۶/۸۵ کیلوگرم-مترمربع برای هر پمپ، منحنی مشخصه‌های پمپ در شکل‌های ۶ و ۷ نمایش داده شده‌اند.

است که از هد سرعت به دلیل ناچیز بودن صرف‌نظر شده است، ضمناً به منظور در نظر گرفتن جریان برگشتی از رابطه ذیل استفاده شده‌است:

$$Q_{p,i,l}^2 = Q_{p,i,l} |Q_{p,i,l}| \quad (39)$$

بنابراین معادله مشخصه مربوط برای خط پمپاژ عبارت است از:

$$Q_{p,i,l} = C_n + C_a H_{p,i,l} \quad (40)$$

و با توجه به رابطه پیوستگی زیر:

$$Q_{p,i,l} = Q_p \quad (41)$$

که در آن

$Q_p$  دبی پمپ در انتهای گام زمانی می‌باشد. با جایگذاری مناسب روابط، معادله زیر به دست می‌آید:

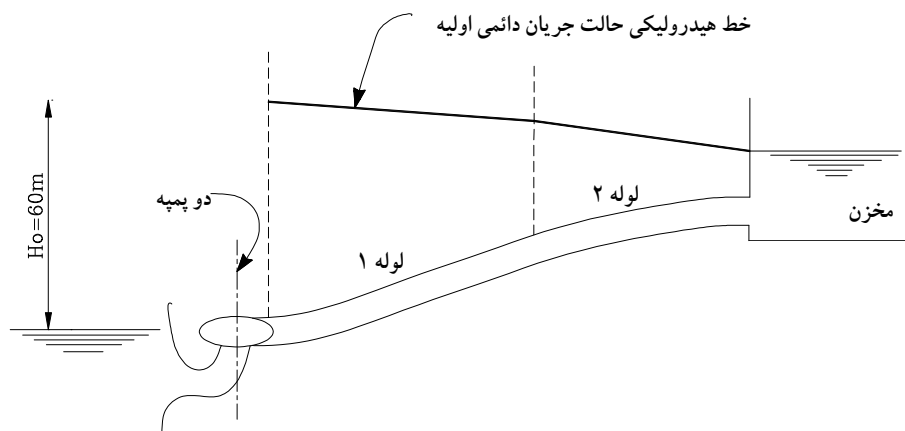
$$Q_R v_p = C_n + C_a H_{suc} + C_a H_R h_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| \quad (42)$$

هم اکنون برای به دست آوردن شرایط حاکم بر مرز یعنی مقادیر  $\alpha_p, h_p, v_p$  و  $\beta_p$  چهار معادله که عبارت‌اند از معادلات ۲۸، ۲۹، ۳۴ و ۴۱ باید حل شوند. به منظور حل دستگاه چهار معادله و چهار مجهول فوق‌الذکر ابتدا مقدار  $\beta_p, h_p$  را حذف و روابط زیر به دست می‌آیند:

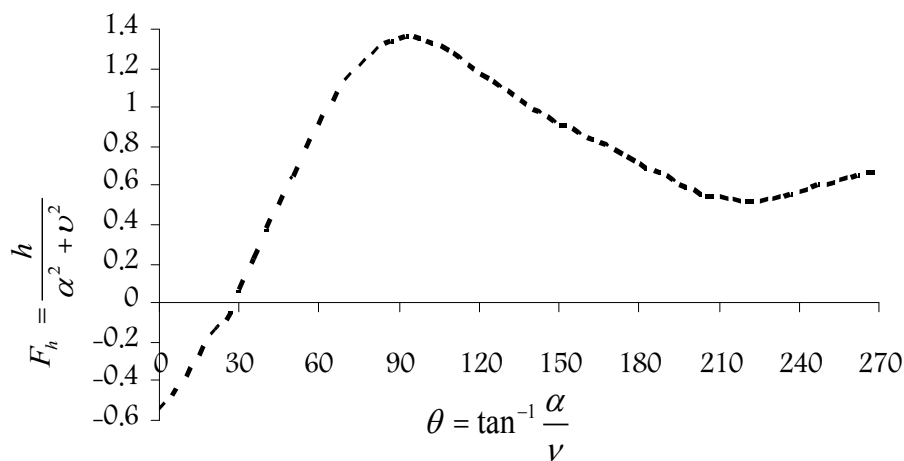
$$F_1 = C_a H_R a_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) + C_a H_R a_2 (\alpha_p^2 + v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - Q_R v_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| + C_n + C_a H_{suc} = 0 \quad (43)$$

$$F_2 = \alpha_p - C_6 a_3 (\alpha_p^2 + v_p^2) - C_6 a_4 (\alpha_p^2 + D_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - \alpha - C_6 \beta = 0 \quad (44)$$

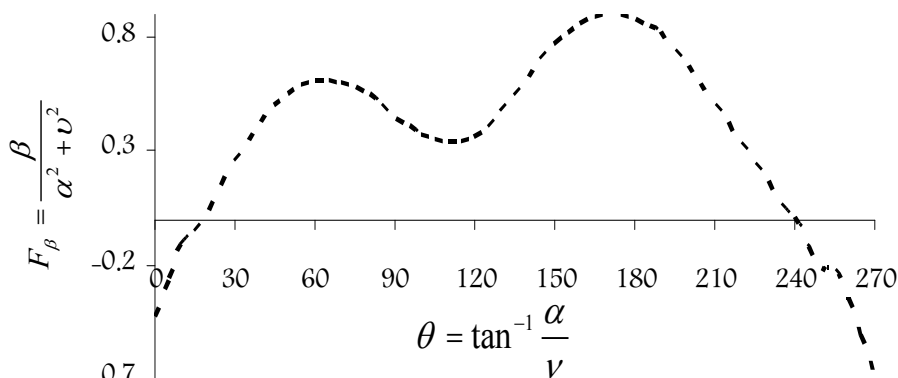
برای حل دستگاه معادلات غیرخطی با دو مجهول  $\alpha_p$  و  $v_p$ ، از روش نیوتن-رافسون استفاده می‌شود، بدین معنی که ابتدا مقادیری را



شکل ۵- سیستم انتقال پمپ دار [۸]



شکل ۶- منحنی گشتاور هد



شکل ۷- منحنی فشار هد

#### ۱-۵- شبیه سازی جریان گذرا در پمپ

سیستم مورد نظر با فرض اینکه پمپ مورد نظر در شرایط جریان دائمی به دلیل قطع برق از کار بیفتد شبیه سازی شده و مقادیر دبی و هد پمپاژ در زمانهای مختلف تا ۱۵ ثانیه محاسبه و در شکل‌های ۸ و ۹ نمایش داده شده‌اند. مقایسه این مقادیر با جوابهای ارائه شده در مرجع ۶ حاکی از صحت فرآیند شبیه سازی است. شکل ۱۰، نمودار تغییرات فشار بیشینه و کمینه در طول سیستم انتقال است. برای بررسی اثر قطر لوله‌ها بر روی مقدار فشار بیشینه و کمینه، مثال مورد نظر با قطر ۰/۵ و ۱ متر برای هر دو لوله تحلیل شده و نتایج مربوطه در شکل ۱۱، برای قطر ۰/۵ متر و شکل ۱۲ برای قطر ۱ متر نشان داده شده‌اند.

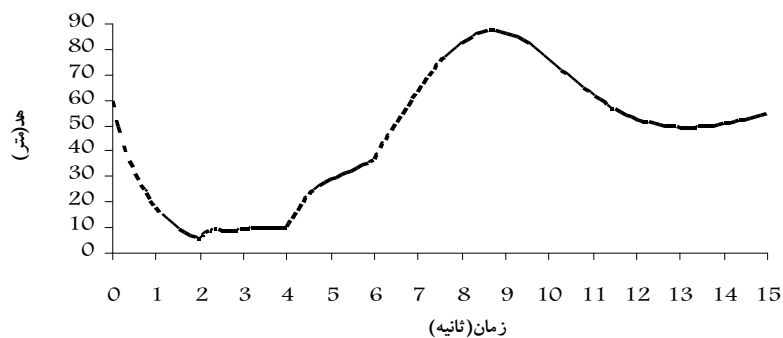
همان گونه که در این شکلها مشاهده می شود اثرات توقف ناگهانی پمپ به ویژه مقدار فشار منفی ایجاد شده و لذا احتمال وقوع پدیده جدایی ستون آب با افزایش قطر لوله‌ها کاهش پیدا می کند.

#### ۲-۵- طراحی بهینه سیستم انتقال پمپ دار

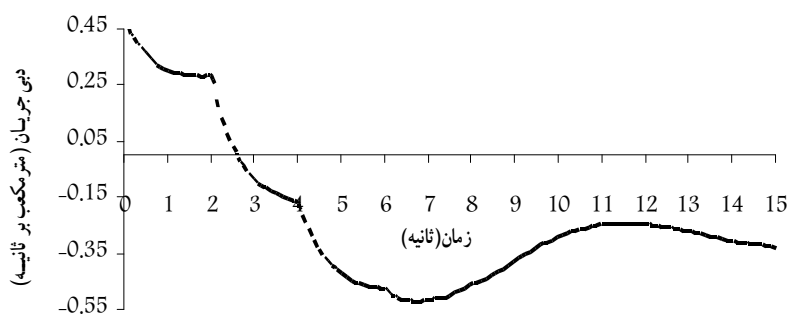
اکنون مسئله طراحی قطر لوله‌های سیستم مورد نظر به گونه‌ای که توقف ناگهانی پمپ به بروز پدیده جدایی ستون آب و افزایش فشار خط لوله منجر نشود مد نظر قرار می‌گیرد. در این مثال حداقل قطر ۰/۵ متر، حداکثر قطر ۲ متر، حداقل ضخامت ۱۰ میلی‌متر، حداکثر ضخامت ۱۰۰ میلی‌متر و بیشینه فشار مجاز برابر ۱۲۰ متر در نظر گرفته شده است. بدین منظور قطر و ضخامت لوله‌های سیستم انتقال مورد نظر با استفاده از دو روش بهینه‌سازی ریاضی و الگوریتم ژنتیک طراحی می‌شود تا قابلیت‌های روشهای مورد نظر، بررسی گردد.

#### ۲-۵-۱- بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

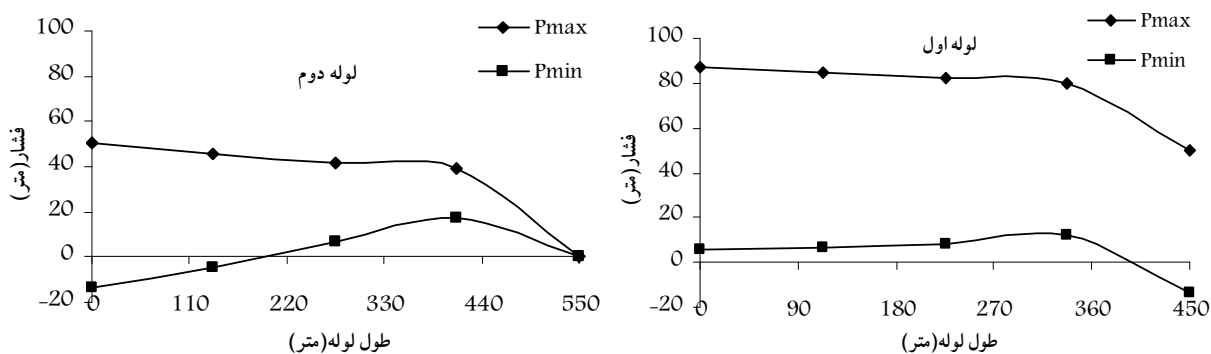
شکل ۱۳، نمایشگر مقادیر حداقل و حداکثر فشار در لوله‌ها برای جواب بهینه‌ای است که با استفاده از الگوریتم ژنتیک طراحی



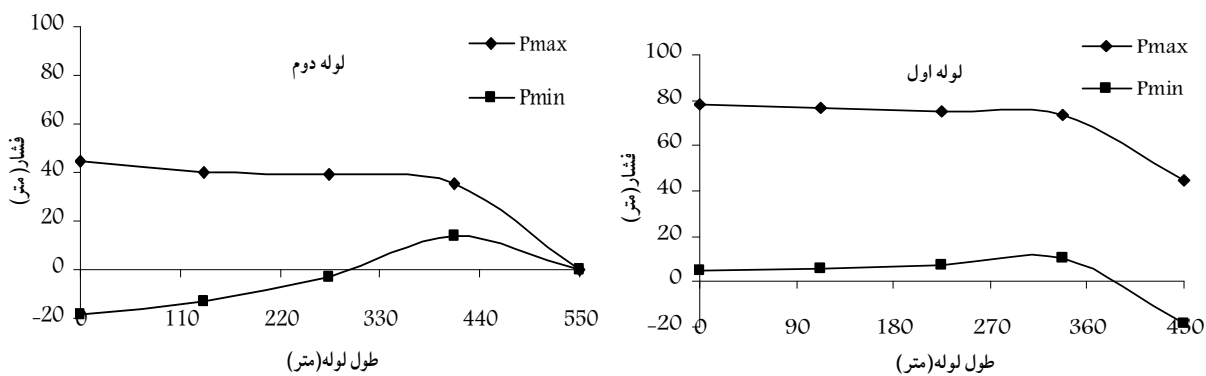
شکل ۸- تغییرات هد پمپاژ با زمان



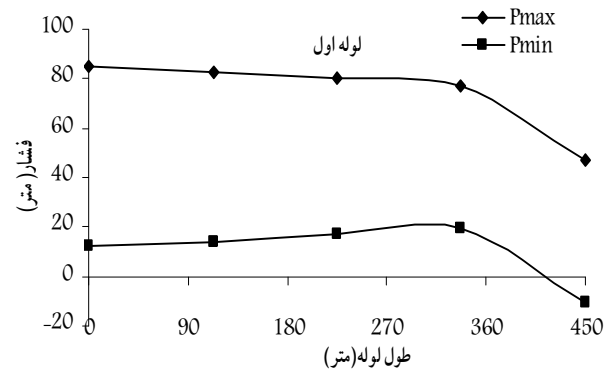
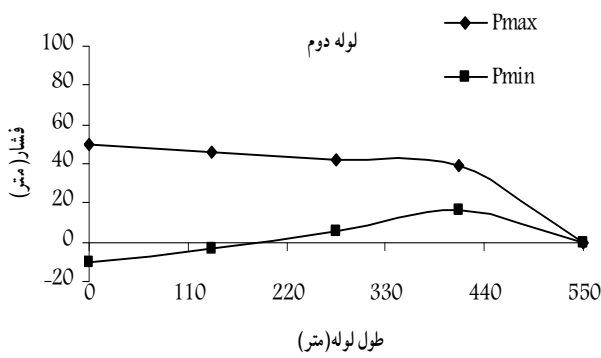
شکل ۹- تغییرات دبی پمپاژ با زمان



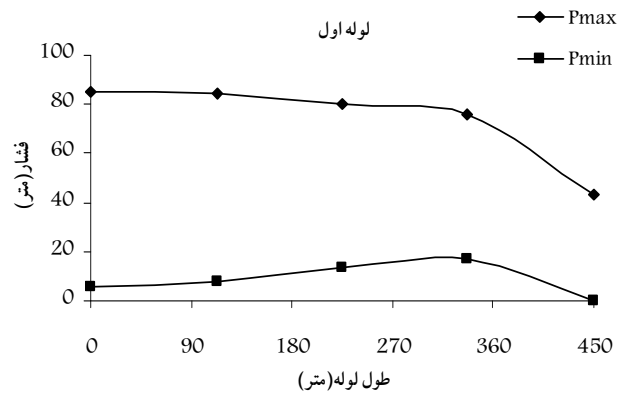
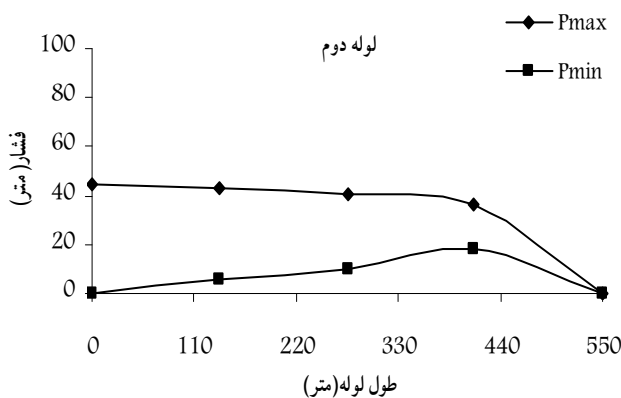
شکل ۱۰- منحنی تغییرات فشار بیشینه و کمینه (آزمون اول)



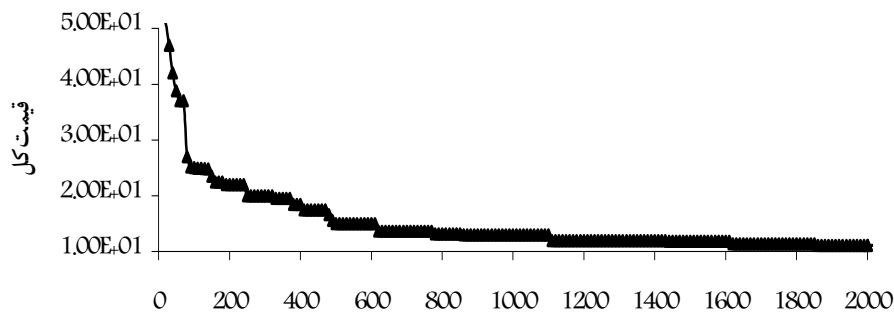
شکل ۱۱- منحنی تغییرات فشار بیشینه و کمینه (آزمون دوم)



شکل ۱۲- منحنی تغییرات فشار بیشینه و کمینه (آزمون سوم)



شکل ۱۳- منحنی تغییرات فشار بیشینه و کمینه (الگوریتم ژنتیک)

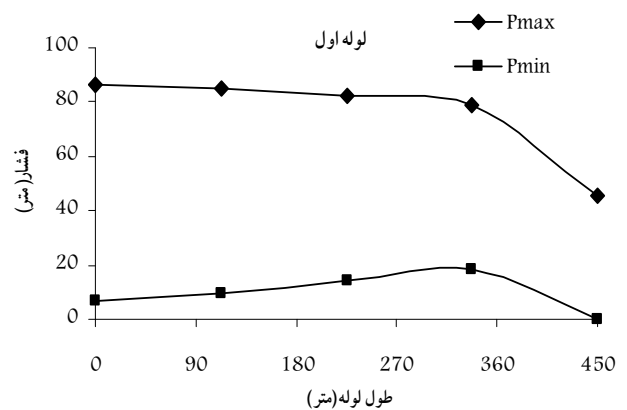
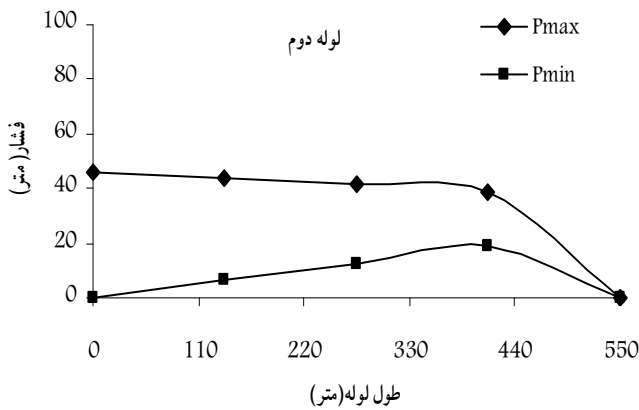


دفعات شبیه سازی

شکل ۱۴- تغییرات هزینه-تعداد شبیه سازی (الگوریتم ژنتیک)

۲-۲-۵- بهینه سازی با استفاده از برنامه ریزی ریاضی مقادیر قطرهای بهینه حاصل از روش برنامه ریزی ریاضی به ترتیب برابر ۵/۰ و ۸۰۵/۰ متر و مقدار ضخامت بهینه برابر ۱۰ میلی متر برای هر دو لوله است. شکل ۱۵ تغییرات فشار در لوله اول و دوم را در سیستم انتقال طراحی شده نشان می دهد. مقدار بهینه تابع هدف برای روش برنامه ریزی خطی برابر ۶۰/۱۰ متر مکعب می باشد

شده است. مقدار قطر بهینه برای لوله های اول و دوم به ترتیب برابر ۵۳۹/۰ و ۸۳۸/۰ متر و مقادیر ضخامت برابر ۱۰ میلی متر می باشد. مقدار تابع هدف بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برابر ۹۴/۱۰ متر مکعب است. شکل ۱۴ نیز نمایانگر تغییرات مقدار تابع هدف با تعداد دفعاتی است که الگوریتم ژنتیک در فرآیند طراحی نیازمند شبیه سازی سیستم انتقال بوده است.



شکل ۱۵- تغییرات فشار بیشینه و کمینه (برنامه‌ریزی ریاضی)

جریان آب، این پره‌ها در جهت عکس اولیه خود خواهد چرخید و پمپ شبیه توربین عمل می‌کند و با افزایش سرعت پره‌ها در جهت عکس، مقاومت بیشتری در مقابل جریان برگشتی حاصل می‌گردد، این امر موجب افزایش فشار در خط لوله رانش شده و در خط لوله مکش سیستم، فشار پایین می‌افتد. در فرآیند بهینه‌سازی با اعمال کردن قید حداکثر فشار برای جلوگیری از آسیب به تجهیزات و حداقل فشار جهت جلوگیری از خلاء‌سازی در سیستم، سعی بر رفع این مشکل شده است.

در روش برنامه‌ریزی ریاضی، از توابع جریمه خارجی به عنوان روشی برای تبدیل مسئله اصلی مقید به مسئله‌ای نامقید استفاده شد و کیفیت جواب مسئله بهینه‌سازی، بستگی زیادی به مقدار ضریب جریمه داشت. در این تحقیق از فرآیندی تکراری برای تعیین مقدار ضریب جریمه استفاده شد. به علاوه مقدار ضریب جریمه در حین فرآیند بهینه‌سازی تعیین شده و لذا موجب افزایش هزینه‌های محاسباتی نمی‌گردد. در روش الگوریتم ژنتیک از قابلیت نخبه‌گرایی در مدل پیشنهادی استفاده شده است. این بدین معنی است که همیشه بهترین جواب یک نسل، انتخاب و به نسل بعدی منتقل می‌گردد. با این کار احتمال از دست دادن اطلاعات بهترین جواب وجود ندارد و سرعت همگرایی افزایش می‌یابد.

که با ۲۹ بار شبیه‌سازی قادر به یافتن جواب بهینه شده است.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق شبیه‌سازی جریان گذرا در سیستم انتقال پمپ‌دار با استفاده از روش خطوط مشخصه صریح که در آن، لوله‌ها به عنوان استخوان‌بندی و سایر تجهیزات همچون پمپ، به عنوان شرایط مرزی تعریف می‌شوند، انجام گرفت و نشان داده شد که با افزایش قطر لوله‌ها، اثرات توقف ناگهانی پمپ، به‌ویژه مقدار فشار منفی ایجاد شده و جدایی ستون آب ناشی از آن، کاهش می‌یابد. همچنین قابلیت‌های روشهای برنامه‌ریزی ریاضی و الگوریتم ژنتیک برای طراحی بهینه قطر و ضخامت لوله‌های مورد استفاده در سیستم انتقال آب مورد بررسی قرار گرفت. این مقایسه با فرض پیوسته بودن قطر و ضخامت لوله‌ها صورت گرفته است که در مورد پروژه‌های بزرگ و خاص موضوعیت می‌یابد. بدیهی است در سیستم‌های با ظرفیت کم که امکان استفاده از لوله‌های تیپ موجود در بازار در فرآیند طراحی وجود دارد، روشهای برنامه‌ریزی ریاضی از قابلیت بالایی برخوردار نبوده و استفاده از الگوریتم ژنتیک بیشتر موضوعیت خواهد داشت. از آنجا که در هنگام توقف پمپ، پره‌های پمپ به سرعت از گردش می‌ایستند و بلافاصله پس از حرکت معکوس

## ۷- مراجع

- 1- Karney, B. W., and McInnis, D. (1992). "Efficient calculation of transient flow in simple pipe networks." *J. Hydraul. Eng.*, 118(7), 1014-1030.
- 2- Wylie, E. B., and Streeter, V. L. (1993). *Fluid transients in systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- 3- Gray, C. A. M. (1953). "The analysis of the dissipation of energy in water hammer." *Proc., ASCE*, 119, Paper 274, 1176-1194.
- 4- Lai, C. (1962). "A study of water hammer including effect of hydraulic losses." PhD. thesis, University of Michigan, USA.

- 5- Wylie, E. B., and Streeter, V. L. (1983). *Hydraulic transients*, 5<sup>th</sup> Ed., FEB Press, Ann Arbor, Michigan.
- 6- Chaudry, M. H. (1979). *Applied hydraulic transients*, Van Nostrand Reinhold, New York.
- 7- Watters, G. Z. (1979). *Modern analysis and control of unsteady flow in pipelines*, Ann Arbor Science Publishers, Ann Arbor, Michigan.
- 8- Lansey, K. E., and Mays, L. W. (1989). "Optimization model for water distribution system design." *J. Hydraul. Eng.*, 115(10), 1401–1418.
- 9- Simpson, A. R., Dandy, G. C., and Murphy, L. J. (1994). "Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120(4), 423-443.
- 10- Dandy, G. C., Simpson, A. R., and Murphy, L. J. (1996). "An improved genetic algorithm for pipe network optimization." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 32(2), 449–458.
- 11- Jung, B. S., and Karney, B. W. (2004). "Fluid transients and pipeline optimization using GA and PSO: The diameter connection." *Urban Water Journal*, 1(2), 167–176.
- 12- Vanderplaats, Miura and Associates. (1994). <<http://www.vrand.com/DOT.html>>(SEP. 24, 2006).
- 13- Afshar, M. H., Afshar, A., and Marino, M. A. "An iterative penalty method for the optimal design of pipe networks." submitted to the *Int. J. Civil Eng.*
- 14- Goldberg, D. E. (1989). "Genetic algorithms in search optimization and machine learning." Reading, MA: Addison-Wesley.