Stochastic Modeling of Monthly Lake Level Fluctuations Time Series (Hamun-e-Puzak)

Ali Tafaroj Noruz, Graduate student of civil engineering, Sharif University
Ahmand Abrishamchi, Associated professor of civil engineering, Sharif University
Masoud Tajrishi, Assistant professor of civil engineering, Sharif University

Abstract

Hamun lake is one of the greatest fresh water sources and an international protected lake in Iran. It is very useful and important to look at the lake level for water supply and the protection of this international ecosystem. Many approaches have been suggested to model lake levels, but each of them have been useful for only a specific area. In this research, boye upon the average monthly water level at the Chong-e-khargushi station in Hamun-e-Puzak, the periodic and the correlation structure of the lake was studied and a selected stochastic time series model was fitted, the accuracy of models for forecasting and data generation was investigated. The resuts showed that, model can be used for forecasting of wet years and can be used for data generation,

تحلیل و مدل‌سازی استوکستیک تراز متوسط ماهانه سطح آب دریاچه هامون پوزک

علی تفرج نوروز* احمد ابریشم‌چی** مسعود تجریشی***

(دریافت ۸۰/۶/۲۵ پذیرش ۸۰/۱۰/۱۵)

چکیده

مجموعه هامون‌ها، پهناورترین سطح آب شیرین در سراسر فلات ایران است، و با توجه به این که در منطقه سیستان واقع شده‌اند و این منطقه یکی از مناطق خشک کشور است، بررسی تراز سطح آب این مجموعه از نظر تأمین آب و نیز حفاظت این اکوسیستم بین‌المللی دارای اهمیت زیادی است. علاوه بر این، بالا بودن تراز آب می‌تواند به زمین‌های کشاورزی اطراف دریاچه خسارت وارد کند. بنابراین، بررسی تراز آب دریاچه اهمیت فراوانی دارد.

در این مقاله، با توجه به آمار متوسط ماهانه تراز سطح آب در ایستگاه چونگ خرگوشی واقع در هامون پوزک، ساختار پریودیک و ساختار هم‌بستگی سری زمانی تراز سطح آب بررسی شده و مدل استوکستیک مناسب (با انجام آزمون‌های آماری لازم) بر آن برازش داده شده است. هم‌چنین، در این تحقیق کفایت و دقت مدل در پیش‌بینی و نیز تولید داده بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که پیش‌بینی مدل برای سال‌هایی که دریاچه کاملاً خشک نباشد، با داده‌های واقعی هماهنگی خوبی دارد. هم‌چنین، تولید داده نیز توسط مدل بررسی شده است و نتایج مناسبی به دست آمده است.

واژه‌های کلیدی: مدل سازی استوکستیک، مدل ARMA، تراز ماهانه دریاچه، هامون پوزک- تولید داده پیش‌بینی، سیستان.

مقدمه

مجموعه تالابی هامون‌ها از سه هامون هیرمند در غرب، سابوری در شمال غرب و هامون پوزک در شمال شرق سیستان تشکیل شده است. این مجموعه که پهناورترین سطح آب شیرین در سراسر فلات ایران است، از رودخانه هیرمند و نیز رودخانه‌های دیگری با حوزه‌های آبریزی مجموعاً به وسعتی حدود ۳۷۶۰۰۰ کیلومترمربع واقع در کشور افغانستان تغذیه می‌شوند [۱]. هامون پوزک در شمال شرقی مجموعه تالابی هامون‌ها قرار دارد. مساحت کل هامون پوزک بر طبق آخرین برآوردها در حدود ۱۶۰۰ کیلومتر مربع می‌باشد، که از این مساحت ۳۵۰ کیلومتر مربع در خاک ایران و بقیه در خاک افغانستان قرار دارد (شکل ۱). برای بررسی نوسانات سطح آب در هامون پوزک تنها می‌توان به آمار اشل روزانه ایستگاه چونگ خرگوشی استناد نمود.

بررسی و مدل‌سازی تراز آب دریاچه‌ها با توجه به اهداف گوناگون از قبیل تعیین خط ساخت و ساز ساحلی، استفاده از مدل‌های پیش‌بینی حمل رسوب و پتانسیل فرسایش سواحل و تعیین حجم آب موجود در دریاچه، انجام شده است. به عنوان نمونه کوبیک [۲]با بررسی خیزاب و تراز استاتیکی دریاچه به طور جداگانه، منحنی احتمال وقوع تراز بیشینه دریاچه میشیگان را به دست آورد.

والتون وتاد[۳]، شبیه‌سازی تراز آب را برای پیش‌بینی میزان فرسایش در یکی از دریاچه‌ها انجام داد. بوچبرگر و اسیتون [٤]، نیز با بررسی خیزاب و تراز استاتیکی دریاچه اری[1]، منحنی‌های احتمال وقوع شرطی تراز آب دریاچه را به دست آوردند. سن و همکاران [۵]، مدل‌سازی تراز آب دریاچه وان در ترکیه را با استفاده از روش رگرسیون دسته‌ای انجام دادند.

* دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی آب دانشگاه صنعتی شریف
** دانشیار دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شریف
*** استادیار دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شریف

[1] Erie

گاهی اوقات نقاط پراکنده شده در اطراف خط رگرسیون به صورت دسته‌های جداگانه پراکنده می‌شوند. در این روش بایستی احتمال وقوع قرار گرفتن یک نقطه در یک دسته و احتمال انتقال یک نقطه از یک دسته به دسته دیگر را نیز در مدل‌سازی لحاظ نمود. در این مقاله با استفاده از آمار متوسط ماهیانه تراز آب در ایستگاه چونگ خرگوشی برای سال‌های ۶۷-۱۳۶۶ تا ۷۷-۱۳۷۶ مدل‌سازی استوکستیک تراز آب صورت گرفته است و پس از تعیین مدل مناسب، پیش‌بینی‌های به دست آمده توسط مدل برای سال ۷۸-۱۳۷۷ با داده‌های واقعی تراز آب مقایسه شده است. هم‌چنین، توانایی مدل در تولید داده نیز بررسی شده است.

تحلیل و مدل‌سازی استوکستیک تراز متوسط ماهیانه ایستگاه چونگ خرگوشی

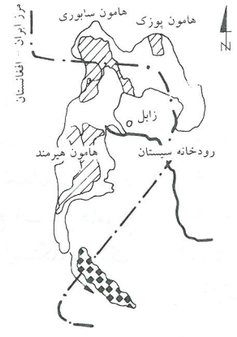
هدف نهایی در این تحقیق به دست آوردن مدل استوکستیک مناسب برای داده‌های تراز سطح آب در ایستگاه چونگ خرگوشی است. برای این منظور بایستی ابتدا داده‌های موجود از لحاظ نرمال بودن بررسی شود. در قدم بعد بایستی ساختار هم‌بستگی سری زمانی بررسی گردد. پس از انتخاب مدل مناسب با انجام آزمون‌های لازم پیش‌بینی و تولید داده نیز توسط مدل بررسی می‌شود.

بررسی آمار موجود

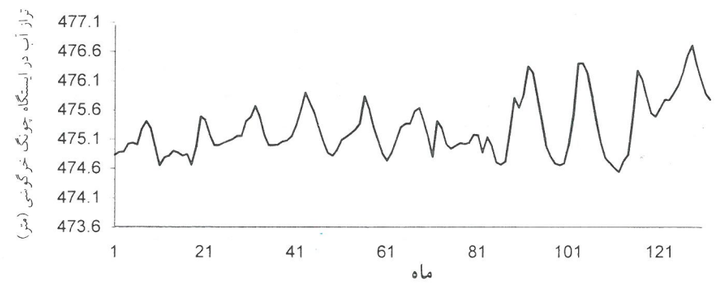
در شکل ۲ سری زمانی تراز متوسط ماهیانه در ایستگاه چونگ خرگوشی از سال ۶۷-۱۳۶۶ تا ۷۷-۱۳۷۶ رسم شده است. با مراجعه به آمار موجود و شکل ۲ مشخص می‌شود که در اغلب سال‌های آماربرداری شده، از آبان تراز آب در حال افزایش بوده است. این افزایش تا اردیبهشت ادامه پیدا می‌کند. پس از آن از خرداد تا مهر تراز آب کاهش می‌یابد. این رفتار نشان دهنده یک الگوی پریودیک در داخل سال می‌باشد.

بررسی نرمال بودن داده‌ها

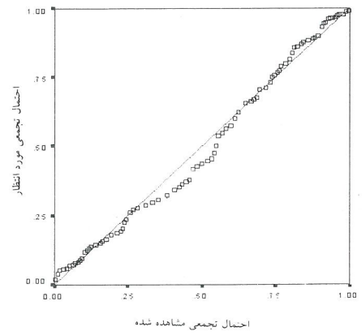
برای بررسی نرمال بودن داده‌های موجود از روش اسندکور و کوچران [۶] استفاده شده است. با توجه به این که تعداد داده‌های موجود برابر با ۱۳۲ می‌باشد، مقدار بیشینه ضریب چولگی برای پذیرفته شدن فرضیه نرمال بودن توزیع احتمال داده‌ها با سطح معنی‌داری ۱۰ درصد برابر با ۰/۳۴۲ به دست می‌آید. سری زمانی تراز آب در ایستگاه چونگ خرگوشی دارای ضریب چولگی برابر با ۰/۸۵ می‌باشد، لذا داده‌های موجود نرمال نمی‌باشند. پس از آزمون تبدیل‌های گوناگون مشخص می‌شود که می‌توان با استفاده از تبدیل $^{0.001}$ (Y-۴۷۳/۶)، ضریب چولگی داده‌های موجود را به ۰/۳۴۱ کاهش داد و با سطح معنی‌داری ۱۰ درصد فرضیه نرمال بودن داده‌های تبدیل یافته پذیرفته می‌شود. مقدار ثابت ۴۷۳/۶ برابر با تراز صفر اشل در ایستگاه چونگ خرگوشی است. منحنی P-P داده‌های تبدیل یافته نیز در شکل ۳ نشان داده شده است. در این منحنی محور افقی احتمال تجمعی داده‌های مشاهده شده و محور عمودی احتمال تجمعی مورد انتظار برای نرمال بودن احتمال داده‌هاست. همان طور که این شکل نشان می‌دهد داده‌های موجود با خط ۴۵ درجه که بیان‌گر داده‌های کاملاً نرمال است، هماهنگی خوبی دارد.



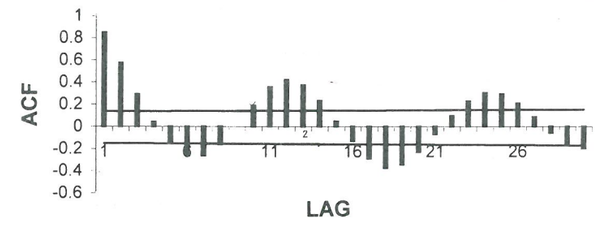
شکل ۱- نقشه کلی هامون‌ها



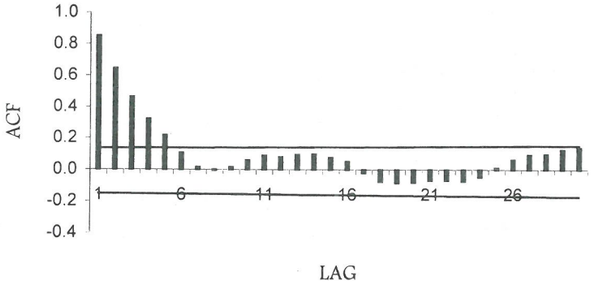
شکل ۲- سری زمانی تراز آب در ایستگاه چونگ خرگوشی از سال ۶۷-۱۳۶۶ تا ۷۷-۱۳۷۶.



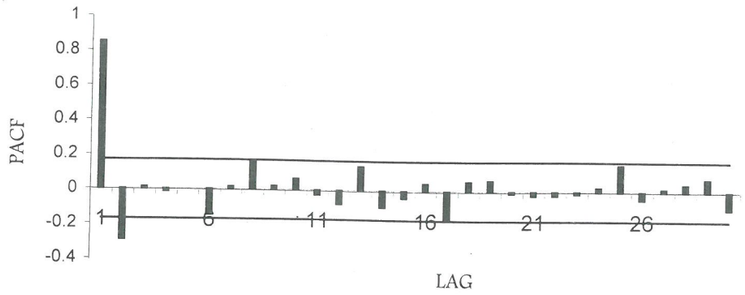
شکل ۳- منحنی P-P به دست آمده برای داده‌های نرمال شده.



شکل ٤- هم‌بستگی نگار داده‌های نرمال شد



شکل ۵- هم‌بستگی نگار داده‌های استاندارد شده.



شکل ٦- هم‌بستگی نگار جزئی داده‌های استاندارد شده.

در شکل ٤ هم‌بستگی نگار داده‌های نرمال شده، رسم شده است. همان طور که این شکل نشان می‌دهد، با توجه به وضعیت پریودیک سری زمانی تراز ماهانه، ساختار هم‌بستگی سری زمانی نیز پریودیک بوده و سری زمانی نامانا است.

استاندارد کردن داده‌ها

همان طور که شکل‌های ۲ و ٤ نشان می‌دهند، سری زمانی موجود به علت پریودیسیته، دارای نامانایی شدید است، و یکی از روش‌های حذف این نوع نامانایی این است که داده‌های موجود استاندارد شود. رابطه‌ای که برای استاندارد کردن داده‌ها به کار می‌رود به صورت زیر است :

$$Z_{v,\tau} = \frac{y_{v,\tau} - \mu_\tau}{\sigma_\tau} \qquad (۱)$$

در این رابط μ_τ و σ_τ به ترتیب میانگین و انحراف معیار هر کدام از پریودهاست، و با توجه به این که در این‌جا داده‌ها ماهیانه است، لذا ۱۲پریود داریم و ۱۲، ....، ۲ ، ۱ = τ بوده و $y_{v,\tau}$، داده‌های نرمال شده است و V شماره سال است. با انجام این تبدیل z های به دست آمده، استاندارد می‌باشند (یعنی دارای میانگین صفر و انحراف معیار واحد هستند).

هم‌بستگی‌نگار در شکل ٥ با استفاده از داده‌های استاندارد شده رسم شده است. همان طور که این شکل نشان می‌دهد، ساختار پریودیک در هم‌بستگی داده‌های استاندارد شده مشاهده نمی‌شود و فقط چند ضریب اول هم‌بستگی، معنی‌دار است. بنابراین، می‌توان از مدل‌های ARMA با ضرایب ثابت استفاده کرد. در شکل ٦ هم‌بستگی نگار جزئی داده‌های استاندارد شده رسم شده است. کاربردی که استفاده از تابع خود هم‌بستگی نگار جزئی دارد این است که برای یک مدل AR(K) فقط K تا ضریب اول تابع خود هم‌بستگی جزئی معنی‌دار است، و بقیه از لحاظ آماری اختلاف معنی‌داری با صفر ندارند. در این‌جا نیز با توجه به این که فقط ۲ ضریب اول آن معنی‌دار است، بنابراین به احتمال زیاد مرتبه آتورگرسیو برابر ۲ خواهد بود.

حذف ترند

در مرحله بعد باید ترند داده‌های استاندارد شده را حذف کرد.

رابطه‌ای که برای ترند به دست می‌آید به صورت زیر است :

$$Y = ۰/۰۱۱۷t - ۰/۷۷۷۸ \qquad (۲)$$

که در آن، t زمان بر حسب ماه است.

برآورد پارامترهای مدل ARMA

فرم کلی مدل ARMA(p.q) به صورت زیر است:

$$Z_t = \phi_۱ Z_{t-۱} + \phi_۲ Z_{t-۲} ..... + \phi_p Z_{t-p} \qquad (۳)$$
$$+ \varepsilon_t ..... - \theta_۱ \varepsilon_{t-۱} - .... - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

برای به دست آوردن ضرایب ϕ و θ در رابطه بالا از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده شده است.

انتخاب مدل مناسب

افزایش تعداد پارامترها در مدل باعث افزایش خطا در مدل می‌شود. از بین مدل‌های مختلف بایستی مدلی را انتخاب کرد که با کمترین تعداد پارامتر، خصوصیات آماری نمونه را حفظ نماید. معیار اطلاعاتی آکایبک که برای مقایسه مدل‌های ARMA(p.q) با مرتبه‌های مختلف p و q مورد استفاده قرار می‌گیرد، بر اساس چنین مفهومی

می‌باشد[۷]. رابطه‌ای که برای این روش مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت زیر است:

$$AIC(p,q) = N\ In(\sigma_\varepsilon^۲) + ۲(p+q) \qquad (٤)$$

مدلی که کمترین مقدار AIC را دارا باشد مناسب‌ترین مدل محسوب می‌شود. البته این تنها شرط لازم نیست، بلکه مدل بایستی شرایط دیگری از قبیل مستقل و نرمال بودن باقی‌مانده‌ها را نیز دارا باشد.

بررسی AIC مربوط به مدل‌های مختلف نشان می‌دهد که کمترین مقدار AIC مربوط به مدل AR(۲) است. بنابراین، از نظر معیار AIC، مدل AR(۲) مناسب‌ترین مدل به شمار می‌رود. علاوه بر این، همان طور که شکل ٦ نشان می‌دهد مدل AR(۲) مدل مناسب محسوب می‌شود.

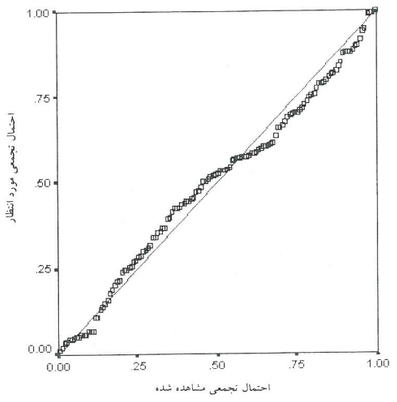
آزمون خوبی برازش مدل AR(۲)

منظور از خوبی برازش، بررسی باقی‌مانده‌ها است. باقی‌مانده‌ها بایستی نرمال و مستقل باشند. در این‌جا نرمال بودن باقی‌مانده‌ها با استفاده از منحنی P-P بررسی شده است (شکل ۷). همان طور که این شکل نشان می‌دهد، نقاط به دست آمده با فاصله کمی در اطراف خط با زاویه ٤٥ درجه پراکنده شده‌اند، که بیان‌گر این است که باقی‌مانده‌ها از توزیع نرمال برخوردار می‌باشند.

برای بررسی استقلال باقی‌مانده‌ها با رسم هم‌بستگی نگار باقی‌مانده‌ها و یا با انجام تست پورت مانتیو[1] می‌توان استقلال باقی‌مانده‌ها را بررسی نمود.

در شکل ۸ و ۹ هم‌بستگی نگار و هم‌بستگی نگار جزئی باقی‌مانده‌ها رسم شده است. این دو شکل بیانگر استقلال باقی‌مانده‌ها می‌باشند.

[1] **Port Manteau**



شکل ۷- منحنی P-P به دست آمده برای باقی‌مانده‌ها.

آزمون پورت مانتیو نیز در این تحقیق برای بررسی استقلال باقی‌مانده‌ها بررسی شده است. برای انجام این آزمون بایستی آماره Q را با استفاده از رابطه ٥ به دست آورد.

$$Q = N \sum_{k=۱}^{L} r_k^۲(\varepsilon) \qquad (٥)$$

در رابطه ٥، N برابر با اندازه نمونه است و $r_k^۲(\varepsilon)$، مربع ضرایب خود هم‌بستگی باقی‌مانده‌ها است. حداقل مقدار L از رابطه ٦ به دست می‌آید.

$$L = \frac{N}{۱۰} + p + q \qquad (٦)$$

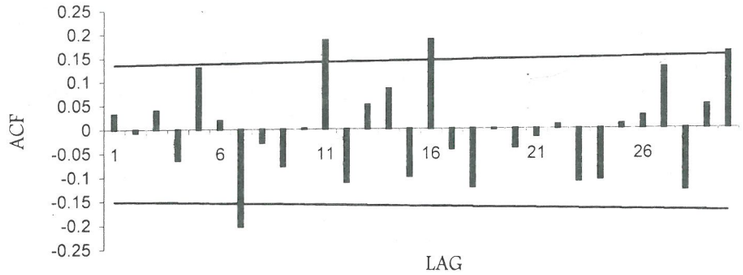
مقدار L که در رابطه ٥ در نظر گرفته می‌شود بایستی از مقدار محاسبه شده در رابطه ٦ بزرگ‌تر باشد.

برای استقلال باقی‌مانده‌ها، مقدار محاسبه شده Q توسط رابطه ٥ بایستی از مقدار کای‌اسکوئر[2] با L-p-q درجه آزادی کوچک‌تر باشد.

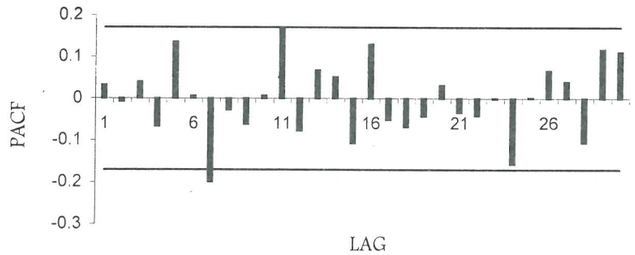
مقدار حداقل L که با استفاده از رابطه ٦ برای مدل AR(۲) به دست می‌آید تقریباً برابر با ۱۱ می‌باشد. در این‌جا برای دقت بیشتر مقدار L برابر با ۳۰ در نظر گرفته شده است. مقدار Q در رابطه ٥ برابر با ۳٦/۲ به دست می‌آید.

با مراجعه به جدول کای‌اسکوئر، مقدار به دست آمده با سطح معنی‌داری ٥ درصد و ۲۸ درجه آزادی، برابر با ٤۱/۳۳ می‌باشد، بنابراین، فرضیه مستقل بودن باقی‌مانده‌ها پذیرفته می‌شود.

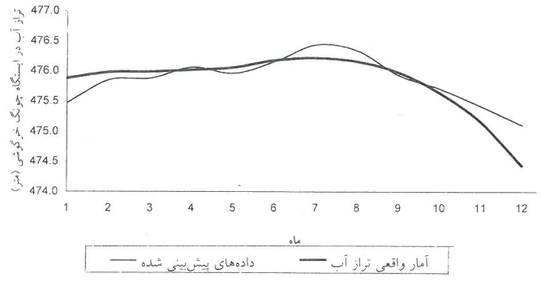
[2] **Chi Square**



شکل ۸- هم‌بستگی نگار باقی‌مانده‌ها.



شکل ۹- هم‌بستگی نگار جزئی باقی‌مانده‌ها.



شکل ۱۰- پیش‌بینی به دست آمده از مدل AR(۲) و مقایسه با آمار واقعی.

پیش‌بینی به روش Real time

در این روش با استفاده از مدل به دست آمده، تراز آب برای ماه بعد پیش‌بینی می‌شود. پس از این که تراز واقعی آب در آن ماه مشخص شد، با اضافه کردن آن به آمار گذشته، سری جدید داده‌ها به دست می‌آید. با سری جدید مدل‌سازی انجام و برای ماه آینده تراز آب پیش‌بینی می‌شود، و پس از این که تراز آب در آن ماه مشخص شد، مجدداً با آمار جدید برای ماه بعد مدل‌سازی انجام می‌گیرد. این عمل برای سال ۷۸-۱۳۷۷ انجام شده است و نتایج آن در شکل ۱۰ قرار دارد. همان طور که این شکل نشان می‌دهد، پیش‌بینی‌های انجام شده به خوبی با آمار واقعی هماهنگی دارند. با توجه به این که در انتهای سال ۷۸-۱۳۷۷ دریاچه به سمت خشک شدن پیش می‌رود، پیش‌بینی‌های انجام شده در ماه ۱۲ با داده‌های واقعی اختلاف نسبتاً زیادی دارد.

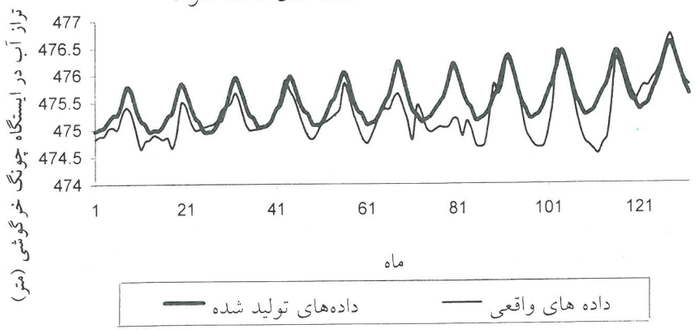
تولید داده‌ها

یکی از کاربردهای مدل‌های استوکستیک تولید داده است. با استفاده از نرم‌افزار ITSM، ۱۵ سری داده تولید

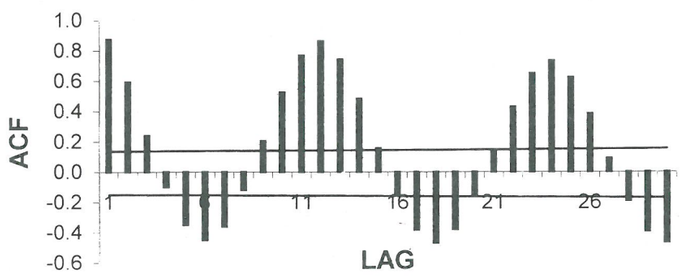
شده است. پس از به دست آوردن میانگین ۵۰ سری، سری به دست آمده با داده‌های واقعی تراز آب در ایستگاه چونگ خرگوشی مقایسه شده است (شکل ۱۱). در شکل ۱۲ هم‌بستگی نگار میانگین ۵۰ سری تولید شده، رسم شده است. نزدیکی ۳ ضریب اول تابع خود هم‌بستگی داده‌های تولید شده با ۳ ضریب اول تابع خود هم‌بستگی داده‌های تاریخی نرمال شده (شکل ٤) نشان دهنده دقت مدل در تولید داده می‌باشد.

بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق مدل‌سازی استوکستیک تراز آب با توجه به داده‌های ایستگاه چونگ خرگوشی واقع در هامون پوزک انجام شده است. مدل مناسب پس از آزمون‌های لازم AR(۲) تشخیص داده شده است. نکته‌ای که باید به آن توجه داشت این است که طول مدت آماربرداری شده تراز آب کوتاه است و این موضوع باعث می‌شود که از دقت مدل کاسته شود.



شکل ۱۱- مقایسه داده‌های واقعی با داده‌های تولید شده تراز آب به وسیله مدل AR(۲).



شکل ۱۲- هم‌بستگی نگار میانگین داده‌های تولید شده به وسیله مدل AR(۲).

منابع و مراجع

۱- شرکت سهامی آب منطقه‌ای سیستان و بلوچستان، تیرماه ۱۳۷۱، " طرح بهره‌برداری بهینه از آب رودخانه هیرمند" ، گزارش شماره ۳۳.

2-Kubik, H. (1974), *"Procedure for Computing Frequency of Maximum Lake Levels"*, The Hydrologic Engineering Center.

3- Walton, Jr., Todd, L. (1989), *" Simulating Great Lakes Water Levels for Erosion Prediction "*, J. Coastal Res., 5(3), 377-389.

4- Buchberger, Steven, G. (1995), *" Conditional Frequency Analysis of Autocorrelated Lake Levels"*, J. Water Resour. Ping. And Mgmt. ASCE, 121(2).

5- Sen, Z., Kadioglu, M. and Batur, E. (1999*), " Cluster Regression Model and Level Fluctuatuion Features of Van Lake, Turkey"*, Ann, Geophysicae, 17, 273-279.

6- Snedecor, G., Cochran, W. G. (1967), *" Statistical Method"*, The Lowa State University Press.

7- Akaike. H. (1974), *" A new Look at the Statistical Model Identification "*, IEEE Trans. Ac-19, 6, 716-723.