Numerical Modeling of One Dimentional Unsteady Mobile Boundary Flow

Birami, M.K., Asist. Prof., Dept. of Civil Eng., Isfahan University of Technology
Safavi, H.R., M.Sc. Dept. of Civil Eng., Isfahan University of Technology

Abstract

Sediment transport during unsteady flow in natural streams is of utmost importance for many engineering and environmental studies. Several unsteady mobile boundary models have been developed. Most of these models ignore the stroge coupling between solid and liquid phase.

In this paper, a fully coupled, one - dimentional river model capable of predicting sedimant transport and bed - level changes under unsteady flow condithions is described. The govering equations for mass and momentum balanced of sediment - water mixture under unsteady flow conditions in natural rivers with irregular geometries are solved. Simultaneosuly using the preissmann for - point linear implicit scheme with weighing factors for space and time coordinates.

حل عددی مدل جریان غیر دائمی یک بعدی بر روی بسترهای فرسایشی

محمدکریم بیرامی*
حمیدرضا صفوی**

چکیده

مواد رسوبی که توسط رودخانه‌ها حمل می‌شوند توسط عوامل شیمیایی، فیزیکی و مکانیکی از پوسته جامد زمین جدا شده و توسط جریان آب حل می‌شوند. مکانیزم حرکت این مواد رسوبی در حوزه‌های آبریز و رودخانه‌ها پیچیده بوده و تاکنون معادلات گوناگونی ارائه گردیده است. این معادلات با فرضیات ساده کننده‌ای که برای شرایط آستانه حرکت ذرات و نیز رسوبگذاری آنها مطرح می‌کنند در کلیه شرایط صادق نبوده و محدودیت‌ها و مزایای خاص خود را دارا است. همچنین روشهای حل تحلیلی و عددی دستگاه معادلات حاکم با تکنیک‌های ویژه‌ای انجام شده است. در این مقاله پدیده فرسایش و رسوبگذاری فقط در رودخانه‌ها بررسی گردیده و ضمن ارائه معادلات حاکم در شرایط معمول به حل عددی آنها به روش تفاضلات محدود پرداخته است. معادلات حاکم شامل معادله ممنتوم، پیوستگی آب و رسوب و انرژی تحت شرایط غیردائمی به صورت یک بعدی در نظر گرفته شده و بطور همزمان به روش تفاضلات محدود حل گردیده‌اند.

۱- مقدمه

فرسایش و حمل مواد جامد پوسته زمین و همچنین فرسایش کف و دیواره رودخانه‌ها سالانه حجم قابل توجهی از مواد معلق و رسوبی را به دشت‌های آبرفتی، مخازن سدها و دریاها منتقل می‌نماید. افزایش غلظت بار معلق و بار بستر رودخانه‌ها مشکلات مختلفی را در شبکه‌ها و ایستگاه‌های پمپاژ منشعب از آنها ایجاد می‌نماید، مشکلاتی که بعضاً موجب تخریب یا از کار افتادن سازه‌های هیدرولیکی مسیر می‌گردد. شناخت فرایندهای اصلی فرسایش و رسوبگذاری و همچین فرایندهای حمل مواد معلق و نیز فرموله کردن عوامل مؤثر و نهایتاً حل این معادلات می‌تواند نقش مهمی در تصمیم‌گیری در جهت کنترل فرسایش و رسوبگذاری در رودخانه‌ها داشته باشد.

فرایند فرسایش و حمل رسوب از نظر فیزیکی بسیار پیچیده است. این پیچیدگی عمدتاً ناشی از این واقعیت است که جریان آب و همچنین رسوب حمل شده توسط آن فرایندی متلاطم بوده و بنابراین هر دو پدیده تابع قوانین آماری و یا استوکستیک می‌باشند. این پیچیدگی با توجه به وقوع آن بر روی بستر متحرک رودخانه بیشتر می‌گردد. آنچه پیچیدگی معادلات حاکم را بیشتر می‌کند مسئله دخالت بشر در ایجاد مستحدثات بر روی رودخانه است که رژیم طبیعی حمل رسوبات یا فرسایش آنرا به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. غالباً به دلیل پیچیدگی جریان مغشوش از تکنیک متوسط گیری از پارامترها در جهت جریان استفاده می‌گردد و معادلات ساده می‌گردند و معادلات ساده شده با روشهای عددی در شرایط پایدار حل می‌گردند. مطالعاتی در زمینه استفاده تکنیک حل همزمان معادلات حاکم به روشهای عددی توسط چن و سیمونز (۱۹۷۵)، لین و گودوین (۱۹۸۵)، رائول و هولی (۱۹۸۹)، بالامودی و چادری (۱۹۹۱) و کوریا و کریشنایان و گراف (۱۹۹۲) انجام گرفته است.

* - استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان
** - عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی

۲- معادلات حاکم بر پدیده فرسایش و رسوبگذاری

معادلات حاکم بر جریان‌های غیردائمی همراه با رسوب بر اساس معادلات دیفرانسیلی پیوستگی رسوب، پیوستگی جریان و معادله اندازه حرکت برای مخلوط آب و رسوب بیان می‌گردند.

۲-۱- معادله پیوستگی رسوب

با فرض یک بعدی بودن جریان با استفاده از شکل شماره ۱ این معادله به صورت کلی زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} + P\,\frac{\partial z}{\partial t}\,P + \frac{\partial}{\partial t}\left(A.C_{av} \right) = q_s \quad (1)$$

که در آن:

Q_s: دبی رسوب حمل شده (m^3/sec)

P: محیط تر شده (m)

p: تخلخل بستر

z: ارتفاع از سطح مبنا (m)

A: سطح مقطع جریان (m^2)

C_{av}: غلظت متوسط حجمی رسوبات

q_s: دبی رسوب ورودی از شاخه فرعی در واحد عرض (m^2/sec)

q_s: دبی رسوب ورودی از شاخه فرعی در واحد عرضی (m^2/sec)

۲-۲- معادله پیوستگی جریان

با فرض یک بعدی بودن جریان و مجموع دبی‌های آب و رسوب در رودخانه و شاخه فرعی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} + P\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) = q_l \quad (2)$$

که در آن:

$$Q = Q_w + Q_s$$

$$A = A_w + A.C_{av}$$

$$q_l = q_w + q_s$$

Q_w: دبی جریان آب (m^3/sec)

Q_s: دبی جریان رسوب (m^3/sec)

A: سطح مقطع کل جریان آب و رسوب (m^2)

A_w: سطح مقطع عبور جریان آب (m^2)

q_l: دبی آب و رسوب ورودی از شاخه فرعی در واحد عرضی (m^2/sec)

q_w: دبی آب ورودی از شاخه فرعی در واحد عرضی

۲-۳- معادله اندازه حرکت

با استفاده از شکل شماره ۱ و قانون دوم نیوتن و در نظر گرفتن نیروهای ثقل، فشار و اصطکاک در محاسبه برآیند نیروهای وارد بر حجم کنترل این معادله به شکل زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2\,\frac{Q}{A}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right) - B\,\frac{Q^2}{A^2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) + gA\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) = gA\,(S_x - S_f) + q_l\left(u_q - \frac{Q}{A}\right) + \frac{Q^2}{A^2}.\,A^y_x \quad (3)$$

که در آن:

B: عرض در سطح آب (m)

y: عمق آب (m)

S_x: شیب طولی کف رودخانه

S_f: شیب خط انرژی

u_q: سرعت جریان فرعی ورودی در راستای جریان اصلی (m/sec)

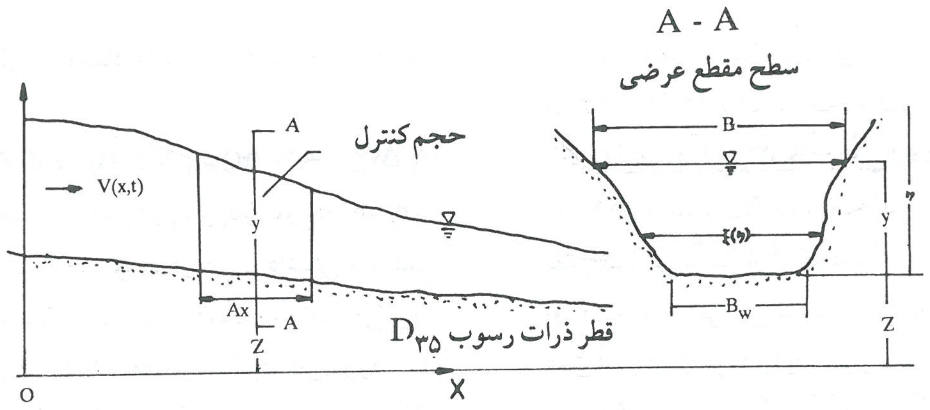
A^y_x: میزان تغییر سطح مقطع عرضی در راستای محور x با عمق ثابت y (m)

g: شتاب جاذبه زمین (m/sec^2)

دستگاه معالات دیفرانسیل شامل پیوستگی رسوب، پیوستگی جریان و اندازه حرکت دارای ۶ مجهول Q، y، Z، Q_s، C_{av} و S_f است که از تعداد معادلات بیشتر است، لذا برای محاسبه مقادیر مجهول نیاز به معادلات دیگری جهت کامل نمودن دستگاه معادلات دیفرانسیلی می‌باشد. این معادلات بر اساس رابطه بین غلظت، دبی رسوب و شیب اصطکاکی نوشته می‌شوند.

معادلاتی که برای انتقال رسوب و شیب اصطکاکی تاکنون ارائه گردیده هر کدام دارای محدودیت‌ها و مزیت‌هایی می‌باشند و رابطه تئوریکی جامعی که بتواند تمامی پارامترهای معادلات فوق را با توجه به رژیم جریان در نظر بگیرد ارائه نشده است. با این وجود رابطه ایکروروایت [1]

1- Ackers and White



شکل ۱- شماتیکی از پروفیل طولی رودخانه و مقطع عرضی آن.

یکی از مناسبترین فرمول‌های انتقال رسوب بوده که با توجه به تعداد پارامترهای آن جواب‌های مناسبی را ارائه می‌دهد [۶]. همچنین برای محاسبه شیب اصطکاکی از فرمول کیشی و کورکی [1] که به نوعی روش اصلاح شده انگلاند [2] [۷] است استفاده می‌گردد.

با استفاده از معادلات غیر دیفرانسیلی ایکروایت و نیز کیشی و کورکی، دستگاه معادلات دارای ۶ معادله مجهولی خواهد گردید که به دلیل وجود سه معادله دیفرانسیل جزیی در آن با روش‌های عددی قابل حل می‌باشد.

۳- روش حل عددی معادلات دیفرانسیلی حاکم بر جریان‌های غیر دائمی فرسایشی

جهت حل دستگاه معادلات دیفرانسیلی حاکم بر جریان‌های غیردائمی فرسایشی از روش ترکیبی صریح [3] و غیرصریح [4] استفاده می‌گردد. با عنایت به اینکه هر چه روش حل به سمت غیر صریح بودن میل کند شرط پایداری بهتر ارضاء شده ولی حجم محاسبات افزایش و جهت محاسبه ضرایب نیاز به معکوس کردن ماتریس با ابعاد بزرگتری می‌باشد.

۳-۱- حل عددی همزمان معادلات پیوستگی و اندازه حرکت

از آنجاکه معادلات دیفرانسیل جزیی پیوستگی و اندازه حرکت بطور همزمان با یکدیگر کوپل می‌گردند، لذا روش حل عددی آن‌ها به فرم صریح - غیر صریح با یکدیگر نشان داده می‌شود. با استفاده از اندیس i بعنوان شمارنده در محور طول رودخانه و اندیس j بعنوان شمارنده گام‌های زمانی، معادله پیوستگی به فرم تفاضلی زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{1}{\Delta x}\left[\theta\left(\Delta Q_{i+1} - \Delta Q_i \right) + \left(Q_{i+1} - Q_i \right) \right] + \frac{1}{2}\left[\theta\left(\Delta B_{i+1} + \Delta B_i\right) + \left(B_{i+1} + B_i\right) \right] + \frac{1}{2\Delta t}\left[\Delta y_{i+1} + \Delta y_i \right] - \frac{1}{2}\left[\theta\left(\Delta q_{i+1} + \Delta q_i\right) + \left(q_{i+1} + q_i\right) \right] = 0 \quad (4)$$

در این معادله θ ضریب وزنی است که وقتی $\theta = 0$ باشد روش حل کاملاً صریح و وقتی $\theta = 1$ باشد روش حل کاملاً غیرصریح و بر اساس نتایج به دست آمده از تحقیقات قبلی $\theta = 0/67$ مناسبترین مقدار می‌باشد [۶].

پس از حذف ترمهای با درجه ۲ و بالاتر به صورت زیر خطی می‌گردد:

$$a_i\,\Delta y_{i+1} + b_i\,\Delta Q_{i+1} = c_i\,\Delta y_i + d_i\,\Delta Q_i + e_i \quad (5)$$

که در آن:

$$a_i = \left[\frac{B_{i+1} + B_i}{2\Delta t} \right] - \frac{2\theta}{\Delta x}\left[\frac{Q_{i+1} - Q_i}{B_{i+1} + B_i} \right] \frac{dB}{dy}\Big|_{i+1} + \theta\left[\frac{q_{i+1} + q_i}{B_{i+1} + B_i} \right] \frac{dB}{dy}\Big|_{i+1} \quad (5\text{-}a)$$

$$b_i = \frac{2\theta}{\Delta x} \quad (5\text{-}b)$$

$$c_i = -\left[\frac{B_{i+1} + B_i}{2\Delta t} \right] + \frac{2\theta}{\Delta x}\left[\frac{Q_{i+1} - Q_i}{B_{i+1} + B_i} \right] \frac{dB}{dy}\Big|_{i} - \theta\left[\frac{q_{i+1} + q_i}{B_{i+1} + B_i} \right] \frac{dB}{dy}\Big|_{i} \quad (5\text{-}c)$$

$$d_i = \frac{2\theta}{\Delta x} \quad (5\text{-}d)$$

$$e_i = -\frac{2}{\Delta x}\left(Q_{i+1} - Q_i \right) + \left(q_{i+1} + q_i \right) + \theta\left(\Delta q_{i+1} + \Delta q_i \right) \quad (5\text{-}e)$$

1- Kishi and Kuroki

2- Engelund

3- Explicit

4- Implicit

و نیز فرم خطی شده معادله اندازه حرکت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a_i^{\prime} \Delta y_{i+1} + b_i^{\prime} \Delta Q_{i+1} = c_i^{\prime} \Delta y_i + d_i^{\prime} \Delta Q_i + e_i^{\prime} \quad (۶)$$

در هر زمان ضرایب a_i و b_i و c_i و d_i و e_i و $a_i^{\prime}$ و $b_i^{\prime}$ و $d_i^{\prime}$ و $e_i^{\prime}$ قابل محاسبه است. بنابراین با در دست داشتن شرایط مرزی رودخانه در بالادست یا پایین‌دست رودخانه می‌توان دو معادله فوق را برای (N-1) نقطه از شبکه در طول رودخانه به کار برد (N تعداد کل نقاط شبکه است) و یک دستگاه معادلات خطی با ۲N مجهول که عبارتند: ΔQ_i و ... ΔQ_N و $\Delta y_i, \ldots, \Delta y_N$ به دست آورد که با اعمال شرایط مرزی به N معادله خطی N مجهولی تبدیل می‌گردد.

۳-۲- حل عددی معادله پیوستگی رسوب

با استفاده از معادله دیفرانسیلی پیوستگی رسوب اقدام به محاسبه تغییرات عمق ΔZ بستر در طی گام‌های زمانی مختلف می‌گردد. تغییرات عمق بستر در نقطه i در طی گام زمانی Δt به صورت زیر میانگین گرفته می‌شود:

$$\Delta z_i = \frac{۱}{۲} [\Delta z_{i-۱/۲} + \Delta z_{i+۱/۲}] \quad (۷)$$

که بر اساس معادله دیفرانسیل پیوستگی رسوب داریم:

$$\Delta z_{i-۱/۲} = \frac{\Delta t}{P} \left(\frac{۲}{P^j_{i-۱/۲} + P^{j+۱}_{i-۱/۲}} \right) \left[\left(\frac{q^j_{si-۱/۲} + q^{j+۱}_{si-۱/۲}}{۲} \right) - ۱/۲ \left\{ \frac{Q^j_{si} - Q^j_{si-۱}}{\Delta x} + Q^{j+1}_{si} - Q^{j+1}_{si-۱} \right\} - ۱/۲ \left\{ \frac{(AC_{av})^{j+1}_i - (AC_{av})^j_i}{\Delta t} + \frac{(AC_{av})^{j+1}_{i-1} - (AC_{av})^{j+1}_{i-1}}{\Delta t} \right\} \right] \quad (۸)$$

و به طور مشابه برای $\Delta z_{i+۱/۲}$ قابل بسط می‌باشد.

با استفاده از شرایط مرزی اولیه برای مقدار Q_{si}، که می‌تواند با اندازه‌گیری انجام شود و استفاده از فرمول ایکر ووایت مقدار C_{av} محاسبه می‌گردد و در هر نقطه از مسیر رودخانه مقادیر Δ_{zi} قابل محاسبه است. پس از محاسبه تغییرات بستر و قبل از اینکه دستگاه معادلات برای به دست آوردن عمق و دبی حل گردد بایستی تغییر عمق بستر بر روی عمق آب اعمال گردد، بدین صورت:

$$\overset{*}{y}_i^{j+1} = y^{j+1}_i - \Delta z_i \quad (۹)$$

بنابراین با تغییر عمق جریان، تغییراتی در سطح مقطع عرضی، محیط تر شده، شعاع هیدرولیکی، عرض در سطح آب و پارامترهای ضریب اصطکاک حاصل می‌گردد. این پارامترها تماماً بر اساس عمق جدید $\overset{*}{y}_i^{j+1}$ محاسبه شده و بر اساس آن دستگاه معادلات برای گام زمانی بعدی تشکیل می‌گردد. سپس معادله پیوستگی رسوب حل شده و این عملیات آنقدر تکرار می‌گردد تا به انتهای رودخانه برسیم و با این روش می‌توان بطور دقیق مقادیر دبی و عمق جریان را با عمق اصلاح شده در اثر رسوبگذاری یا فرسایش محاسبه نمود.

قدردانی

این مقاله بخشی از طرح تحقیقاتی " **انتخاب مناسبترین مدل فرسایش در رسوبگذاری در برخی از رودخانه‌های ایران** " می‌باشد که با حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی اصفهان و با استفاده از اطلاعات موجود از ایستگاههای هیدرومتری رودخانه زاینده‌رود در سازمان آب منطقه‌ای اصفهان انجام گرفته که بدینوسیله قدردانی و تشکر می‌گردد.

منابع و مراجع

1- Chen, Y.H. and Simons, D.B. (1975), " *Mathematical Modeling of Alluvial Channels* ", Symp. on Modeling Techniques, ASCE, New York, N.Y., PP. 466-483.

2- Lyn, D.A. and Goodwin, P. (1987), " *Stability of a General Preissmann Scheme*", J. Hydr. Engrg., ASCE, 113(1), PP.16-28.

3- Rahuel, J.L., Holly, F.M., Chollet, J.P., Belleudy, P. and Yang, G. (1989). " *Modeling of River Bed Evalution for Bedload Sediment Mixtures* ", J. Hydr. Engrg., ASCE, 115 (11). PP. 1521-1542.

4- Correia, L.R.P., Krishnappan, B.G., Graf, W.H. (1992). " *Fully Coupled Unsteady Mobile Boundary Flow Model* ", J. Hydr. Engrg., ASCE, 118(3), PP. 476-494.

5- Bhallamudi, S.M., and Chaudhry, M.H. (1991). " *Numerical Modeling of Aggradation and Degradation in Alluvial Channels* ", J. Hydr. Engrg., ASCE, 117 (9), PP. 1145-1164.

6- Ackers, P. and White, W.K. (1973). " *Sediment Transport - New Approach and Analysis* ", J. Hydr. Div., ASCE, 99(11), PP. 2041-2060.

7- Engelund, F. (1967). " *Hydraulic Resistance of Alluvial Streams* ", J. Hydr. Div. ASCE. 93(4). PP. 287-296.