

Journal of Water and Wastewater, Vol. 32, No. 3, pp: 82-93

# Evaluating the Efficiency of Water and Wastewater Companies under Uncertainty by Using Interval Fuzzy Data Envelopment Approach (Case Study: Markazi Province)

*B. Fathi<sup>1</sup>, N. Ohadi<sup>2</sup>*

1. Assist. Prof., Dept. of Economics, Shahryar Branch, Islamic Azad University, Shahryar, Iran  
(Corresponding Author) bahramfathi@shriau.ac.ir
2. PhD in Agricultural Economics, Dept. of Economics, Shahryar Branch, Islamic Azad University, Shahryar, Iran

(Received Sep. 15, 2020 Accepted Dec. 27, 2020)

#### To cite this article:

Fathi, B., Ohadi, N. 2021. "Evaluating the efficiency of water and wastewater companies under uncertainty by using interval fuzzy data envelopment approach (case study: Markazi province)" Journal of Water and Wastewater, 32(3), 82-93. Doi: 10.22093/wwj.2020.240981.3066. (In Persian)

#### Abstract

Water and wastewater companies play a vital role in society as providers of drinking water services. Therefore, measuring the efficiency of these companies is an action that can help in the optimal allocation of water distribution among customers. Therefore, the present study was conducted to evaluate the efficiency of water and sewage companies in Markazi province. For this purpose, the interval fuzzy data envelopment analysis method was used. The basic premise of this method, unlike the traditional method of data envelopment analysis, is uncertainty about inputs and outputs. Given that uncertainties in the real world are inevitable, the need to use models that have the ability to control this uncertainty is strongly felt. Hence, a successful method is to use fuzzy data envelopment analysis method. The results of evaluation related to seventeen water and wastewater companies in Markazi province showed that Arak, Khomein, Delijan, Saveh, Komeijan, Mamoonyeh, Mahallat and Naragh by obtaining the efficiency range (0.83, 1), have the highest level of technical efficiency. In addition, among the units under study, Ghargabad Water and Wastewater Company has the lowest level of technical efficiency with an efficiency range of (0.56, 0.46). There is also an excess of consumption over the research findings in the use of all inputs. Therefore, it was suggested that with the correct and optimal use of production inputs and less use of resources, the amount of efficiency can be improved to reach the efficiency frontier.

**Keywords:** Markazi Province, Interval Fuzzy Data Envelopment Analysis, Imprecise Data, Water and Wastewater Companies.



مجله آب و فاضلاب، دوره ۳۲، شماره ۳، صفحه: ۸۲-۹۳

## ارزیابی کارایی شرکت‌های آب و فاضلاب تحت شرایط عدم قطعیت با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های فازی بازه‌ای (مطالعه موردی استان مرکزی)

بهرام فتحی<sup>۱</sup>، نسرین اوحدی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، گروه اقتصاد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهریار، شهریار، ایران

(نویسنده مسئول) bahramfathi@shriau.ac.ir

۲- دانش‌آموخته، دکترای اقتصاد کشاورزی، گروه اقتصاد، دانشگاه آزاد اسلامی

واحد شهریار، شهریار، ایران

(دریافت ۹۹/۷/۲۵ پذیرش ۹۹/۱۰/۷)

برای ارجاع به این مقاله به صورت زیر اقدام بفرمایید:

فتحی، ب.، اوحدی، ن.، ۱۴۰۰، "ارزیابی کارایی شرکت‌های آب و فاضلاب تحت شرایط عدم قطعیت با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های فازی بازه‌ای (مطالعه موردی استان مرکزی)" مجله آب و فاضلاب، ۳۲(۳)، ۸۲-۹۳. Doi: 10.22093/wwj.2021.248390.3066

### چکیده

شرکت‌های آب و فاضلاب به‌عنوان ارائه‌دهندگان خدمات آب شرب نقش حیاتی در جامعه ایفا می‌کنند. بنابراین اندازه‌گیری کارایی این شرکت‌ها معیاری است که می‌تواند به تخصیص بهینه توزیع آب میان مشترکین کمک شایانی کند. از این‌رو این پژوهش با هدف ارزیابی کارایی شرکت‌های آب و فاضلاب استان مرکزی انجام شد. برای این منظور از روش تحلیل پوششی داده‌های فازی بازه‌ای استفاده شد. فرض اساسی این روش برخلاف روش سنتی تحلیل پوششی داده‌ها عدم قطعیت در ارتباط با نهاده‌ها و ستانده‌ها است. توجه به اینکه عدم قطعیت‌ها در دنیای واقعی امری اجتناب‌ناپذیرند بنابراین ضرورت استفاده از الگوهایی که توانایی کنترل این عدم قطعیت را دارند، به‌شدت احساس می‌شود. از این‌رو یک روش موفق، بهره‌گیری از روش تحلیل پوششی داده‌های فازی است. نتایج ارزیابی مربوط به ۱۷ شرکت آب و فاضلاب در استان مرکزی نشان داد که شرکت‌های آب و فاضلاب "اراک"، "خمین"، "دلیجان"، "ساوه"، "کمبجان"، "مامونیه"، "محلات" و "نراق" با کسب بازه کارایی (۱، ۰/۸۳) بیشترین میزان کارایی فنی را دارند که می‌توان گفت به‌طور کلی شرکت‌های آب و فاضلاب استان مرکزی کارایی مناسبی داشتند. علاوه بر این در بین واحدهای تحت بررسی شرکت آب و فاضلاب "غرق‌آباد" با کسب بازه کارایی (۰/۵۶، ۰/۴۶) کمترین میزان کارایی فنی را داشت. همچنین بر یافته‌های پژوهش در استفاده از کلیه نهاده‌ها مازاد مصرف وجود دارد. بنابراین پیشنهاد شد با کاربرد درست و بهینه نهاده‌های تولید و استفاده کمتر از منابع می‌توان مقدار کارایی را تا رسیدن به مرز کارایی ارتقا داد.

**واژه‌های کلیدی:** استان مرکزی، تحلیل پوششی داده‌های فازی بازه‌ای، داده‌های غیردقیق، شرکت‌های آب و فاضلاب

### ۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر استفاده بهینه از منابع آب همواره مورد توجه پژوهشگران و سیاست‌گذاران قرار گرفته است. به این منظور در اجلاس ریو (اجلاس زمین) در سال ۱۹۹۲ به منظور تقویت استفاده پایدار و کارآمد منابع آب بر جنبه‌های مختلف اکولوژیکی، اجتماعی و اقتصادی تحت عنوان اصول دوبلین برای مدیریت منابع آب تأکید شد. از سویی دیگر بحران آب یکی از مسائل مهم است که بر اساس اظهارات شورای جهانی آب در قرن ۲۰ با ۳ برابر شدن جمعیت جهان میزان مصرف آب ۶ برابر افزایش یافت. بر این

در دهه‌های اخیر استفاده بهینه از منابع آب همواره مورد توجه پژوهشگران و سیاست‌گذاران قرار گرفته است. به این منظور در اجلاس ریو (اجلاس زمین) در سال ۱۹۹۲ به منظور تقویت استفاده پایدار و کارآمد منابع آب بر جنبه‌های مختلف اکولوژیکی، اجتماعی و اقتصادی تحت عنوان اصول دوبلین برای مدیریت منابع آب تأکید شد. از سویی دیگر بحران آب یکی از مسائل مهم است که بر اساس اظهارات شورای جهانی آب در قرن ۲۰ با ۳ برابر شدن جمعیت جهان میزان مصرف آب ۶ برابر افزایش یافت. بر این



ارتباط مثبت بین کارایی خدمات آب‌رسانی و قیمت‌ها برای خدمات فاضلاب وجود دارد اما هیچ ارتباطی بین کارایی خدمات فاضلاب و قیمت خدمات آب‌رسانی وجود ندارد (Liu and Fukushima, 2020).

لامبوردی و همکاران در سال ۲۰۱۹ با توجه به افزایش کارایی خدمات آب به‌عنوان یک هدف اصلی برای پایداری تأمین آب، در پژوهش خود پایداری بخش آب در کشور ایتالیا با بهره‌گیری از روش تحلیل پوششی داده‌ها<sup>۱</sup> را بررسی کردند. نتایج نشان داد که این رویکرد می‌تواند برای سیاست‌گذاران برای هدایت تصمیمات به سمت بخش آب پایدار و کارآمد مفید باشد (Lambardi et al., 2019).

آنادا در سال ۲۰۱۹ کارایی محیط‌زیستی آب آشامیدنی و خدمات آب و فاضلاب را بررسی کردند. یافته‌ها حاکی از آن است که منابع آب تصفیه نشده، میزان تصفیه فاضلاب و تراکم تولید از نظر آماری تأثیر معناداری بر کارایی محیط‌زیستی آب آشامیدنی و خدمات آب و فاضلاب دارد (Ananda, 2019).

ملینوس سنانت و همکاران در سال ۲۰۱۶ به ارزیابی حسابداری شرکت‌های آب و فاضلاب شیلی بر اساس مدل تحلیل پوششی داده‌ها در شرایط عدم اطمینان پرداختند. نتایج نشان داد که عدم اطمینان خروجی‌ها بیشتر از ورودی‌ها است علاوه بر این، امتیازات کارایی تحت بهترین و بدترین سناریو تغییر می‌کند (Molinos Senante et al., 2016).

سجادی‌فر و همکاران در سال ۲۰۱۷ به بررسی قیمت‌گذاری کارآمد آب شرب پرداختند. یافته‌ها نشان داد که قیمت فروش آب خانگی فقط ۳۳ درصد هزینه نهایی را پوشش داده و امور آب و فاضلاب شهر اراک در تولید آب خانگی و غیرخانگی، اقتصاد مقیاس دارد (Sajadifar et al., 2017).

دباغ و احمدی در سال ۲۰۱۸ در پژوهشی ارزیابی عملکرد شرکت‌های آب و فاضلاب شهری را با استفاده از مدل کارت امتیاز متوازن در استان آذربایجان غربی بررسی کردند. نتایج نشان داد که بر اساس ضرایب هم‌بستگی، رگرسیون و روش فازی ترتیب اولویت در حوزه‌های کارت امتیاز متوازن شامل فرایندهای داخلی، رشد و یادگیری، مشتری و دیدگاه مالی است (Dabbagh and

اساس پیش‌بینی می‌شود که تقاضای آب در سال ۲۰۵۰ به میزان ۵۵ درصد افزایش یابد که برای قرن ۲۱ یک مشکل نوظهور خواهد بود (WWC, 2000). با ورود به هزاره سوم هم‌زمان با افزایش جمعیت به ویژه در کشورهای در حال توسعه تقاضا برای آب به‌منظور تأمین نیازهای جمعیتی افزایش قابل ملاحظه‌ای یافته است (Mohammad Jani and Yazdanian, 2014). از این رو کشور ما نیز به دلیل فقدان ریزش‌های جوی و قرار گرفتن در کمربند خشک و نیمه‌خشک جهان در زمره کشورهای با محدودیت منابع آب قلمداد می‌شود. آمارها نشان می‌دهد متوسط میزان بارندگی سالانه در جهان ۸۱۳ میلی‌متر است در حالی که در ایران ۲۲۸ میلی‌متر است که کمتر از یک سوم متوسط بارندگی جهانی است (FAO, 2015). همچنین وضعیت بارندگی در ۵ دهه گذشته نشان می‌دهد که روند بلندمدت بارندگی نزولی بوده و افت بارندگی سبب شده که حجم آب موجود در مخازن سدها تنها ۳۸ درصد از کل مخازن را دربرگیرد (IWRMC, 2020).

در این راستا بخش خدمات‌رسان عمومی، مانند آب و فاضلاب به دلیل تأمین و توزیع نیازهای ضروری آب در جامعه و همچنین انتظار مردم به‌خاطر پرداخت بهای آب اهمیت زیادی دارد. این شرکت‌ها به دلیل داشتن انحصار طبیعی ناشی از صرفه‌های مقیاس و هزینه‌های زیرساختی، رقابت ندارند، بنابراین انگیزه‌ای برای افزایش کارایی و بهره‌وری ندارند (Jaidari et al., 2020). بنابراین ارزیابی عملکرد شرکت‌های آب و فاضلاب و کارایی توزیع آن میان مشترکین یکی از معیارهایی است که می‌تواند در مورد کارآمدی و تخصیص بهینه توزیع آب در مناطق مختلف کشور به مسئولین و برنامه‌ریزان کمک کند. در این پژوهش هدف بررسی جایگاه هر یک از شرکت‌های آب و فاضلاب شهری در استان مرکزی به لحاظ عملکرد کارایی است زیرا به دلیل مصرف بیش از حد منابع زیرزمینی کیفیت خدمات آب در استان مرکزی رو به وخامت است. از این رو افزایش کارایی مصرف آب به‌عنوان یک عامل مهم در توسعه پایدار می‌تواند بحران‌های جدی برای توسعه اقتصادی این استان را کاهش دهد (Khodaparast Mashhad et al., 2015). در ادامه به تعدادی از پژوهش‌های انجام شده در زمینه ارزیابی و عملکرد کارایی در صنعت آب اشاره می‌شود.

لیو و فوکوشیج در سال ۲۰۲۰ به بررسی کارایی و قیمت‌گذاری خدمات آب‌رسانی و فاضلاب در ژاپن پرداختند. نتایج نشان داد که

<sup>1</sup> Data Envelopment Analysis (DEA)



Ahmadi, 2018)

ترانسلوگ) و نوع توزیع عدم کارایی با استفاده از روش‌های مرسوم اقتصادسنجی برآورد می‌شود. در رویکرد ناپارامتریک چارنز و همکاران در سال ۱۹۷۸ مجموعه‌ای از مسائل برنامه‌ریزی خطی را برای فرموله کردن اندازه‌گیری شاخص کارایی فنی فارل ارائه کردند. در این روش مرز بهینه تولید محاسبه و فاصله بنگاه‌ها تا این مرز به منزله ناکارایی است. از این رو روش آنها در ارزیابی کارایی به تحلیل پوششی داده‌ها معروف شد (Charmnes et al., 1978). در روش DEA فرضیه عملکرد بین ورودی و خروجی وجود ندارد و در ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده این امکان وجود دارد که از چندین ورودی و خروجی استفاده شود (Guerrini et al., 2013). با توجه به اهمیت زیاد صنعت آب و نقش کلیدی آن اکثر پژوهش‌های که کارایی آب و فاضلاب را ارزیابی کردند از روش ناپارامتریک DEA بهره گرفتند (Molinis Senante et al., 2014, Garcia Sacherz, 2006)

## ۲-۱- تکنیک تحلیل پوششی داده‌های فازی بازه‌ای

زمانی که مقدار ورودی و خروجی دارای عدم اطمینان باشد، مدل فوق با مشکل مواجه شده و نیاز است از روشی استفاده شود که توانایی محافظت جواب‌های بهینه را در مقابل عدم قطعیت داشته باشد. در سال‌های اخیر برای غلبه بر این مشکل بسیاری از پژوهشگران مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های فازی را ارائه کردند که نسبت به مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها کارآمدتر است (Han et al., 2015). زیرا تصمیم‌گیرنده می‌تواند درجات متفاوتی از اشتباه‌های اندازه‌گیری (سطوح احتمالی) را در محاسبه کارایی فنی در نظر بگیرد (Guo and Tanaka, 2001). در مدل معرفی شده داده‌ها در یک بازه با یک کران پایین و بالا بیان شده و به همین نحو جواب‌های به دست آمده نیز در یک بازه بیان خواهند شد. کران‌های پایین و بالا در اعداد فازی مثلثی با استفاده از روش برش آلفا<sup>۲</sup> محاسبه می‌شوند (Azadi et al., 2014, Puri and Prasad Yadav, 2014)

اگر برد  $\{0,1\}$  به بازه بسته  $[0,1]$  تبدیل شود، مجموعه کلاسیک به مجموعه فازی تبدیل می‌شود و به عبارتی مجموعه فازی A در u به شکل زیر تعریف می‌شود (Mugera, 2013)

رضایی و همکاران در سال ۲۰۱۰ به منظور ارزیابی کارایی صنعت آب ایران، کارایی ۳۰ شرکت آب و فاضلاب کشور در سال ۱۳۸۵ را با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها بررسی کردند. نتایج به دست آمده از تحلیل کارایی شرکت‌های آب و فاضلاب نشان داد که میانگین کارایی فنی با فرض بازدهی ثابت و متغیر به مقیاس به ترتیب ۷۹ و ۸۶ درصد است (Rezaee et al., 2010). در این راستا در صنعت به منظور ارزیابی کارایی به پژوهش‌هایی دیگر می‌توان اشاره کرد:

(Sajadifar et al., 2016, Fathi et al., 2017, Fathi and Zeinalzadeh, 2020, Fathi et al., 2020, Fathi et al., 2017, Fathi and Mahdavi Adeli, 2015, Castellet and Molinos, 2016, Ananda, 2014, Hernandez Chover et al., 2018, Sala Garrido et al., 2012)

با توجه به بررسی پژوهش‌های گذشته آشکار است که در پژوهش‌های گذشته یک یا چند جنبه محدود از معیارهای کارایی آب در روش تحلیل پوششی داده‌ها<sup>۱</sup> بررسی شده است. علاوه بر این در پژوهش‌های گذشته از روش DEA کلاسیک استفاده شده است که استفاده از روش مذکور زمانی قدرتمند است که نهاده‌ها و ستانده‌ها قطعی و دقیق باشند. اما در دنیای واقعی به دلیل عدم قطعیت، نتایج استفاده از روش DEA کلاسیک به علت حساسیت به داده‌ها ضعیف خواهد بود. بنابراین در شرایط عدم قطعیت روش تحلیل پوششی داده‌های فازی مناسب است. از این رو یکی از اهداف این پژوهش پر کردن این خلأ است. به همین منظور روش DEA Fuzzy برای ارزیابی شرکت‌های آب و فاضلاب شهرستان‌های استان مرکزی در شرایط عدم قطعیت در نظر گرفته شد.

## ۲- مواد و روش‌ها

برای اینکه بتوان کارایی یک بنگاه را مورد سنجش قرار داد، نیاز است که در ابتدا، مرز کارایی بنگاه مشخص شود و سپس بر مبنای فاصله بنگاه از وضعیت بهینه آن، میزان عدم کارایی و به تبع آن کارایی مشخص شود که برای این مسئله دو رویکرد اصلی پارامتریک و ناپارامتریک وجود دارد. در رویکرد پارامتریک، کارایی با فرض یک شکل تبعی برای مرز کارایی (کاب داگلاس،

<sup>۱</sup> Data Envelopment Analysis (DEA)

<sup>۲</sup>  $\alpha$ -cut



حدود  $y_{ij}^m$  و  $x_{ij}^m$  و  $y_{ij}^l$  و  $x_{ij}^l$ ،  $y_{ij}^u$  و  $x_{ij}^u$ ،  $y_{ij}^l$  و  $x_{ij}^l$ ،  $y_{ij}^m$  و  $x_{ij}^m$  و  $y_{ij}^u$  و  $x_{ij}^u$  را در مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی بازه‌ای به شرح زیر است

$$\begin{aligned} \max \sum_{r=1}^s (y_{rj}^l, y_{rj}^m, y_{rj}^u) u_r & \quad (۶) \\ \text{s.t:} & \\ \sum_{i=1}^m (x_{ij}^l, x_{ij}^m, x_{ij}^u) v_i = (1, 1, 1) & \\ \sum_{r=1}^s (y_{rj}^l, y_{rj}^m, y_{rj}^u) u_r - \sum_{i=1}^m (x_{ij}^l, x_{ij}^m, x_{ij}^u) v_i \leq 0 & \\ u_r, v_i \geq \varepsilon & \end{aligned}$$

برش  $\alpha$ : مجموعه فازی  $A$  که با  $A_\alpha$  نمایش داده می‌شود، یک مجموعه غیرفازی است و برای هر  $\alpha$  در بازه بسته  $[0, 1]$  از معادله  $\gamma$  حاصل می‌شود

$$A_\alpha = \{x \in u | A(x) \geq \alpha\} \quad (۷)$$

بنابراین با محاسبه برش‌های  $\alpha$  در معادله  $\gamma$  برای پارامترهای تابع هدف و محدودیت‌ها و همچنین با توجه به معادله  $\epsilon$ ، مدل برنامه‌ریزی غیرخطی زیر (ضرایب به صورت بازه تعریف شده‌اند) حاصل می‌شود (Wang et al., 2005).

$$\begin{aligned} \max \sum_{r=1}^s [\alpha y_{rj}^m + (1-\alpha)y_{rj}^l, \alpha y_{rj}^m + (1-\alpha)y_{rj}^u] u_r & \\ \text{s.t:} & \\ \sum_{i=1}^m [\alpha x_{ij}^m + (1-\alpha)x_{ij}^l, \alpha x_{ij}^m + (1-\alpha)x_{ij}^u] v_i = & \\ (1, 1, 1) & \\ \sum_{r=1}^s [\alpha y_{rj}^m + (1-\alpha)y_{rj}^l, \alpha y_{rj}^m + (1-\alpha)y_{rj}^u] u_r - & \\ \sum_{i=1}^m [\alpha x_{ij}^m + (1-\alpha)x_{ij}^l, \alpha x_{ij}^m + (1-\alpha)x_{ij}^u] v_i \leq 0 & \\ u_r, v_i \geq \varepsilon & \end{aligned} \quad (۸)$$

مدل فوق کران بالا و پایین کارایی را در سطوح متفاوت آلفا محاسبه می‌کند که آلفا متعلق به بازه  $[0, 1]$  است. نتایج این مدل‌ها نسبت به مدل‌های قطعی اطلاعات بیشتری ارائه می‌کند. به عبارت دیگر، انعطاف این نوع از مدل‌ها در مقابل داده‌های نامطمئن با استفاده از برش‌های آلفا بسیار بیشتر از مدل متداول تحلیل پوششی داده‌هاست. در واقع  $\alpha=0$  بیانگر مقدار ناممکن و  $\alpha=1$  مقدار بدون ریسک را نشان می‌دهد (Mugera, 2013). به عبارتی می‌توان گفت تعیین کران بالا و پایین کارایی واحد مورد نظر، به ترتیب

$$\begin{aligned} A: u & \rightarrow [0, 1] & (۱) \\ A(u) & \in [0, 1] \end{aligned}$$

که در آن

$A(u)$  تابع عضویت نامیده می‌شود و میزان درجه عضویت  $A$  به  $U$  را بیان می‌کند.

در ادامه به معرفی عدد فازی مثلثی که یک فاصله فازی بوده و تابع عضویت آن است، اشاره می‌شود

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l} & l < x < m \\ \frac{u-x}{u-m} & m < x < u \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (۲)$$

با توجه به تابع عضویت اعداد مثلثی مشخص است اگر  $x$  بین  $l$  و  $m$  باشد، آنگاه هر چه  $x$  بزرگتر باشد درجه عضویت آن نیز بزرگتر خواهد شد تا جایی که برای  $x=m$  درجه عضویت برابر ۱ می‌شود. اگر  $x$  بین  $m$  و  $u$  باشد آنگاه هر چه  $x$  بزرگتر باشد، درجه عضویت کوچکتر خواهد شد و در  $x=u$  درجه عضویت صفر خواهد شد. برای حل مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی و تبدیل آن به مدل تحلیل پوششی داده‌های خطی کلاسیک از معادله ۳ با رویکرد نهاده-محور استفاده شد (Jahanshanloo et al., 2005)

$$\max: \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{ro} \quad (۳)$$

$$\text{s.t:} \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ro} = (1, 1, 1)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

$\tilde{y}_{rj}$  و  $\tilde{x}_{rj}$  ورودی‌ها و خروجی‌های مدل هستند که به صورت اعداد فازی مثلثی به ترتیب در معادلات ۴ و ۵ در نظر گرفته می‌شوند

$$\tilde{x}_{rj} = (x_{ij}^l, x_{ij}^m, x_{ij}^u) \quad (۴)$$

$$\tilde{y}_{rj} = (y_{rj}^l, y_{rj}^m, y_{rj}^u) \quad (۵)$$

که در آنها



محاسبه شد.

### ۳-۲- نتایج تجربی

نتایج جدول ۲ و ۳ امتیازات کارایی فنی به ازای سطوح متفاوت برش آلفا، به ترتیب برای دو کران پایین و بالا ارائه شده است. اعداد جدول ۲ نشان دهنده کارایی بالفعل یا امتیازات کارایی در صورت استفاده نابهینه از نهاده‌های موجود است. همان طور که ملاحظه می‌شود کران پایین کارایی، به ازای سطوح متفاوت برش آلفا ثابت نیست و با افزایش سطح آلفا، مقدار آن افزایش می‌یابد. به عبارتی با افزایش سطح آلفا تعداد واحدهای کارا افزایش یافته و از تعداد واحدهای ناکارا کاسته می‌شود. مطابق اعداد گزارش شده در این جدول، بیشترین امتیازات کارایی به ازای سطوح متفاوت برش آلفا متعلق به شرکت‌های آب و فاضلاب اراک، خمین، دلیجان، ساوه، کميجان، مامونیه، محلات و نراق است که با افزایش سطح آلفا یا کاهش میزان محافظه کاری سیستم در مقابل ریسک و شرایط نامطمئن، میزان کارایی واحدهای نام برده افزایش یافته به طوری که در سطح  $\alpha=1$  امتیاز کارایی این واحدها برابر با ۱ می‌شود. علاوه بر این، چنانچه این شرکت‌ها از منابع خود به صورت نابهینه، ۲۰ درصد تخصیص بهینه، ۴۰ درصد تخصیص بهینه و ۶۰ درصد تخصیص بهینه استفاده کنند، حداقل کارایی به میزان ۰/۶۷، ۰/۷۳، ۰/۷۹، ۰/۸۵، ۰/۹۲ و ۱ دارند. همچنین ملاحظه می‌شود که کمترین میزان کارایی به ازای سطوح متفاوت برش آلفا متعلق به شرکت آب و فاضلاب شهرستان غرق آباد است به طوری که امتیاز کارایی این شرکت به ازای میانگین سطوح متفاوت برش آلفا ۰/۴۶ است که

بهترین (بیشترین خروجی و کمترین ورودی) و بدترین (کمترین خروجی و بیشترین ورودی) شرایط این واحد را ارزیابی می‌کند.

### ۳- نتایج و بحث

#### ۳-۱- داده‌ها

در این قسمت متغیرهای نهاده و ستاده در DEA معرفی می‌شوند، شایان ذکر است که اجماع کاملی در بین شرکت‌های آب و فاضلاب برای بهترین متغیری که بتواند عملکرد این شرکت‌ها را به خوبی نشان دهد، وجود ندارد. در این پژوهش، مشابه پژوهش محمودی و همکاران در سال ۲۰۱۲ و فتحی و همکاران در سال ۲۰۱۰ متغیرهای موجودی سرمایه، نیروی کار و هزینه‌های عملیاتی به عنوان نهاده و تعداد مشترکین، فروش آب و هدر رفت آب به عنوان متغیرهای ستاده استفاده شد (Mahmoudi et al., 2012).

(Fathi et al., 2010)

در این پژوهش از داده‌های ۱۷ شرکت آب و فاضلاب استان مرکزی در سال ۱۳۹۵ استفاده شد. اطلاعات مربوط به این متغیرها از آمارنامه‌های تفصیلی و صورت سود و زیان شرکت‌های آب و فاضلاب استخراج شد. آمار توصیفی متغیرهای ورودی و خروجی استفاده شده در مدل برای شرکت‌های آب و فاضلاب تحت بررسی در جدول ۱ گزارش شده است. بر اساس اعداد مندرج در جدول ۱ به عنوان نمونه متوسط نیروی کار ۳۹ نفر و حداکثر و حداقل نیروی کار به ترتیب ۲۶۰ و ۶ نفر بوده که حداکثر متعلق به اراک و حداقل متعلق به نراق است. پس از جمع‌آوری داده‌ها، با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌های فازی و با کدنویسی در نرم‌افزار GAMS عملکرد کارایی برای ۱۷ شرکت آب و فاضلاب در سال ۱۳۹۵

جدول ۱- آمار توصیفی ورودی و خروجی‌ها

Table 1. Descriptive statistics of inputs and outputs

Variable	Min	Mean	Max	Std.dev
Number of customers	1144	16953	145456	35023
Water sold	276712	6314034	57368448	14130331
Wasted water	97992	1400032	9554966	2423302
Labor	6	39	260	62
Capital stock	14430381	242744081	2608240089	617886183
Operating costs	57078989	1027107983	8673811066	2116599481

Source: Research data



جدول ۲- امتیازات کران پایین کارایی فنی به ازای سطوح متفاوت برش آلفا  
**Table 2.** Score of technical efficiency lower bound for different  $\alpha$ -cuts

City	Year 2016						Average
	$\alpha_0$	$\alpha_{0.2}$	$\alpha_{0.4}$	$\alpha_{0.6}$	$\alpha_{0.8}$	$\alpha_1$	
Astaneh	0.66	0.71	0.77	0.84	0.91	0.98	0.81
Ashtian	0.62	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	0.76
Arak	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	1	0.83
Tafresh	0.52	0.57	0.61	0.66	0.72	0.78	0.64
Khomein	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	1	0.83
Delijan	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	1	0.83
Zaviyeh	0.46	0.50	0.54	0.58	0.63	0.68	0.56
Saveh	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	1	0.83
Shazand	0.43	0.47	0.51	0.55	0.60	0.65	0.53
QarghAbad	0.37	0.41	0.44	0.48	0.52	0.56	0.46
Farmahin	0.45	0.49	0.53	0.57	0.62	0.67	0.55
Komeijan	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	1	0.83
Mamooniyeh	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	1	0.83
Mahallat	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	1	0.83
Naragh	0.67	0.73	0.79	0.85	0.92	1	0.83
Nobaran	0.41	0.44	0.84	0.52	0.56	0.61	0.51
Parandak	0.60	0.65	0.70	0.76	0.82	0.89	0.74

Source: Research calculations

یک عدد قطعی وجود ندارد و عدد حاصل شده برای کارایی به صورت بازه‌ای است که دو کران پایین و بالا دارد. بنابراین، اگر برای هر واحد کران پایین و بالا برابر با ۱ باشند آن واحد کاملاً کاراست. اگر کران بالا برابر با ۱ و کران پایین کمتر از ۱ باشد آن واحد کارایی ضعیف است و اگر کران بالا نیز کمتر از یک باشد آن واحد ناکاراست (Jafarian Moghadam and Ghoseiri, 2011). بنابراین برای مشاهده بهتر، بازه کارایی واحدها برای میانگین سطوح متفاوت برش آلفا بر روی شکل ۱ ترسیم شد. ملاحظه می‌شود که هیچ یک از واحدهای تحت بررسی کاملاً کارا نیستند بلکه شرکت‌های آب و فاضلاب اراک، خمین، دلجان، ساوه، کمیجان، مامونیه، محلات و نراق کارایی ضعیف دارند. در جدول ۴ توزیع امتیازات کارایی واحدها برای کران پایین و بالا ارائه شده است. در کران بالای این مدل تعداد واحدهای کارا بیشتر از کران پایین مشاهده می‌شود و در سطح  $\alpha=1$  توزیع نمرات کارایی برای هر دو کران برابر است و تنها در این سطح در هر دو کران ۸ واحد کاملاً کارا هستند.

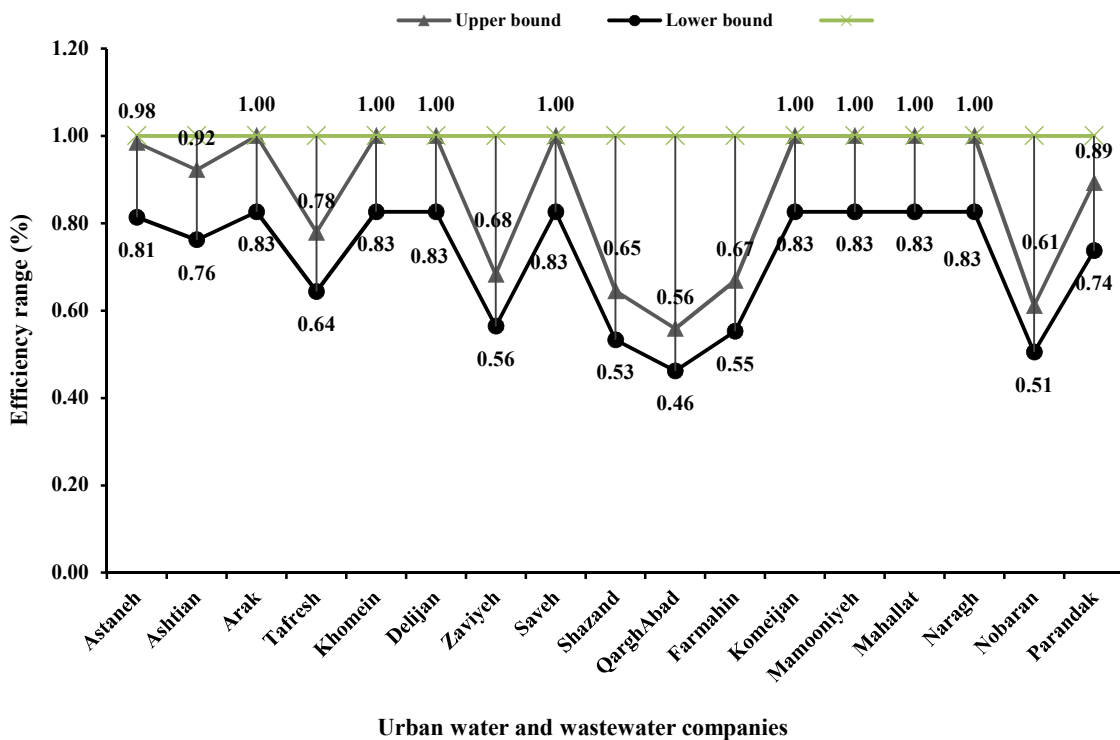
نشان می‌دهد این واحد در مقایسه با سایر شرکت‌های آب و فاضلاب بیشترین استفاده نابهینه از منابع را دارد. اعداد جدول ۳ بیانگر کارایی بالقوه یا پتانسیل لازم واحدهای تحت بررسی در مصرف بهینه نهاده‌های موجود است. به عبارتی اگر واحدهای تحت بررسی به ازای سطوح متفاوت برش آلفا، کمترین میزان نهاده‌ها را به کار گیرند به بیشترین مقدار کارایی دست می‌یابند. همان طور که ملاحظه می‌شود مقدار کران بالا به ازای سطوح متفاوت برش آلفا، برای کلیه واحدهای تحت بررسی مقداری ثابت است و شرکت‌های آب و فاضلاب اراک، خمین، دلجان، ساوه، کمیجان، مامونیه، محلات و نراق با کسب امتیاز ۱ بیشترین مقدار کارایی در کران بالا را به خود تخصیص دادند که نشان می‌دهد واحدهای مذکور با استفاده بهینه و حداقلی نهاده‌ها می‌توانند حداکثر کارایی را کسب کنند. همچنین شرکت آب و فاضلاب غرق آباد با کسب امتیاز ۰/۵۶ کمترین مقدار کران بالا را به ازای میانگین سطوح متفاوت برش آلفا به خود تخصیص داد. همان گونه که ملاحظه شد در این مدل، امتیاز کارایی به صورت



جدول ۳- امتیازات کران بالای کارایی فنی به ازای سطوح متفاوت برش آلفا  
**Table 3. Score of technical efficiency upper bound for different  $\alpha$ -cuts**

City	Year 2016						Average
	$\alpha_0$	$\alpha_{0.2}$	$\alpha_{0.4}$	$\alpha_{0.6}$	$\alpha_{0.8}$	$\alpha_1$	
Astaneh	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
Ashtian	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92
Arak	1	1	1	1	1	1	1
Tafresh	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
Khomein	1	1	1	1	1	1	1
Delijan	1	1	1	1	1	1	1
Zaviyeh	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68
Saveh	1	1	1	1	1	1	1
Shazand	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65
QarghAbad	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56
Farmahin	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67
Komeijan	1	1	1	1	1	1	1
Mamooniyeh	1	1	1	1	1	1	1
Mahallat	1	1	1	1	1	1	1
Naragh	1	1	1	1	1	1	1
Nobaran	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61
Parandak	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89

Source: Research calculations



**Fig. 1.** Efficiency range average of urban water and wastewater companies in Markazi province  
 شکل ۱- میانگین بازه کارایی شرکت های آب و فاضلاب شهری استان مرکزی





جدول ۴- توزیع امتیازات کارایی واحدها در سطوح متفاوت برش آلفا

Table 4. Distribution of efficiency scores at different  $\alpha$ -cuts

$\alpha$ -cuts Efficiency range	Lower bound						Upper bound					
	$\alpha_0$	$\alpha_{0.2}$	$\alpha_{0.4}$	$\alpha_{0.6}$	$\alpha_{0.8}$	$\alpha_1$	$\alpha_0$	$\alpha_{0.2}$	$\alpha_{0.4}$	$\alpha_{0.6}$	$\alpha_{0.8}$	$\alpha_1$
$\theta < 0.5$	5	5	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-
$0.5 < \theta < 0.6$	2	1	3	4	3	1	1	1	1	1	1	1
$0.6 < \theta < 0.7$	10	2	1	1	2	4	4	4	4	4	4	4
$0.7 < \theta < 0.8$	-	9	11	2	1	1	1	1	1	1	1	1
$0.8 < \theta < 0.9$	-	-	-	9	2	1	1	1	1	1	1	1
$0.9 < \theta < 1$	-	-	-	-	9	2	2	2	2	2	2	2
$\theta = 1$	-	-	-	-	-	8	8	8	8	8	8	8

Source: Research data

جدول ۵- میانگین مقدار واقعی و بهینه ورودی‌ها به ازای متوسط سطوح متفاوت برش آلفا

Table 5. Average real and optimal values of inputs at the average of different  $\alpha$ -cuts

	Labor	Capital inventory	Operating costs
Lower bound			
Actual consumption	39	243E+6	1027E+6
Optimal consumption	15	110E+6	910E+6
Variation percentage	-61	-55	-11
Upper bound			
Actual consumption	39	243E+6	1027E+6
Optimal consumption	17	130E+6	940E+6
Variation percentage	-56	-46	-8

Source: Research data

حاکمی از متفاوت بودن مقدار کارایی بازدهی سطوح متفاوت برش آلفا است. همچنین بر پایه یافته‌های پژوهش، شرکت‌های آب و فاضلاب اراک، خمین، دلیجان، ساوه، کمیجان، مامونیه، محلات و نراق با کسب بازه کارایی (۰/۸۳، ۱) به ازای میانگین سطوح متفاوت برش آلفا، بیشترین امتیاز کارایی فنی را به خود تخصیص دادند.

علاوه بر این در بین واحدهای تحت بررسی شرکت آب و فاضلاب غرق آباد با کسب بازه کارایی (۰/۴۶، ۰/۵۶) به ازای میانگین سطوح متفاوت برش آلفا، کمترین میزان کارایی فنی را دارد و در مقایسه با سایر شرکت‌های آب و فاضلاب جایگاه مطلوبی ندارد. پیشنهادات زیر در راستای نتایج حاصل از پژوهش توصیه می‌شوند:

در جدول ۵ متوسط مصرف واقعی و بهینه نهاده‌ها به ازای متوسط سطوح متفاوت برش آلفا و درصد تغییرات در مصرف نهاده‌ها گزارش شده است.

بر این اساس کلیه نهاده‌ها دارای مازاد مصرف هستند و نیروی کار، ناکارترین نهاده است که بیشترین فاصله از مقدار بهینه را دارد به طوری که باید مقدار مصرف این نهاده به ازای کران پایین و بالا به ترتیب ۶۱ و ۵۶ درصد کاهش یابد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

این پژوهش با هدف بررسی کارایی فنی شرکت‌های آب و فاضلاب شهرستان‌های استان مرکزی و تحت به کارگیری روش تحلیل پوششی داده‌های فازی بازدهی انجام شد. نتایج پژوهش



عدم قطعیت برای نهاده‌ها و ستاده‌ها وجود دارد این مدل برای سنجش کارایی به کار گرفته شود. علاوه بر این با بهره‌گیری مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی بازه‌ای می‌توان از این نتایج برای ارائه روش‌های مدیریتی صحیح در مصرف نهاده‌ها استفاده کرد.

### ۵- قدردانی

نویسندگان این پژوهش، از مسئولین محترم شرکت مهندسی آب و فاضلاب که حمایت‌های معنوی برای این پژوهش به عمل آوردند تشکر می‌کند.

واحدهای ناکارا باید میزان مصرف خود را با توجه به مقدار مصرف واحدهای کارا تنظیم کنند تا بر روی مرز کارا قرار گیرند. با توجه به اینکه میانگین کران پایین و بالای کارایی فنی شرکت‌های آب و فاضلاب شهری (۸۷، ۷۲) درصد است، بنابراین با کاربرد درست و بهینه نهاده‌های تولید و استفاده کمتر از منابع می‌توان بازه کارایی را به میزان (۱۳، ۲۸) درصد افزایش داد.

با توجه به دقت و کاربردی بودن نتایج حاصل از روش تحلیل پوششی داده‌های فازی بازه‌ای پیشنهاد می‌شود در حالتی که

## References

- Ananda, J. 2014. Evaluating the performance of urban water utilities: robust nonparametric approach. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 140(9), 04014021.
- Ananda, J. 2019. Explaining the environmental efficiency of drinking water and wastewater utilities. *Sustainable Production and Consumption*, 17, 188-195.
- Azadi, M., Jafarian, M., Farzipoor Saen, R. & Mirhedavatian, S. 2014. A new fuzzy DEA model for evaluation of efficiency and effectiveness of suppliers in sustainable supply chain management context. *Computers and Operations Research*, 54, 274-285.
- Castellet, L. & Molinos, M. 2016. Efficiency assessment of wastewater treatment plants: a data envelopment analysis approach integrating technical, economic, and environmental issues. *Journal of Environmental Management*, 167, 160-166.
- Charnnes, A., Cooper, W. & Rhodes, E. 1978. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operation Research*, 2(6), 429-444.
- Dabbagh, R. & Ahmadi, S. 2018. Evaluation of water and wastewater company performance by using balanced scorecard model; case study: west Azerbaijan water and wastewater company. *Journal of Water and Wastewater*, 30(1), 50-63.
- FAO, 2015. *Social protection and agriculture: breaking the cycle of rural poverty*, Food Agricultural Organization, Rome, Italy.
- Fathi, B., Ashena, M. & Bahari, A. 2020. Energy, environmental, and economic efficiency in fossil fuel exporting countries: a modified data envelopment analysis approach. *Sustainable Production and Consumption*, 26, 588-596.
- Fathi, B., Khodaparast Mashhadi, M., Homayounifar, M. & Sajadifar, S. 2017. An assessment of environmental efficiency of selected countries based on envelopment data analysis and game theory under competitive conditions. *Quarterly Energy Economics Review*, 13(53), 105-133.
- Fathi, B. & Mahdavi Adeli, M. 2015. Measuring industrial energy efficiency with CO<sub>2</sub> emissions in developing countries using static and dynamic nonparametric models. *Quarterly Energy Economics Review*, 11(46), 61-87.



- Fathi, B., Mahdi Khodaparast, M. Homayounifar, M. & Sajadifar, S. 2017. Comparative study of energy and environmental efficiency in developing countries: desirable and undesirable output approach. *Journal of Economic Research and Policies*, 25(81), 85-121.
- Fathi, B., Sajadifar, S. & Kiani, M. 2010. The measuring of the efficiency of water and wastewater company using DEA in Iran (case study: Markazi province). *2nd International Conference on Mathematical Sciences (ICMS2) 2010*, Kuala Lumpur, Malaysia.
- Fathi, B. & Zeinalzadeh, R. 2020. Measuring the efficiency of Iranian electricity distribution companies, a combined approach to bargaining game with DEA. *Journal of Energy Planning and Policy Research*, 6(2), 57-83.
- Garcia Sacher, I. 2006. Efficiency measurement in Spanish local government: the case of municipal water services. *Review of Policy Research*, 23(2), 355-371.
- Guerrini, a., Romano, G. & Campedelli, B. 2013. Economies of scale, scope, and density in the Italian water sector: a two-stage data envelopment analysis approach. *Water Resources Management*, 27(13), 4559-4578.
- Guo, P. & Tanaka, H. 2001. Fuzzy DEA: a perceptual evaluation method. *Fuzzy Sets and Systems*, 119, 149-160.
- Han, Y., Geng, Z., Zhu, Q. & Qu, Y. 2015. Energy efficiency analysis method based on fuzzy DEA cross-model for ethylene production systems in chemical industry. *Energy*, 83, 685-694.
- Hernandez Chover, V., Bellver Domingo, A. & Hernandez Sancho, F. 2018. Efficiency of wastewater treatment facilities: the influence of scale economies. *Journal of Environmental Management*, 228, 77-84.
- Jafarian Moghadam, A. & Ghoseiri, K. 2011. Fuzzy dynamic multi-objective data envelopment analysis model. *Expert Systems with Applications*, 38(1), 850-855.
- Jahanshanloo, G., Memariani, A., Hosseinzadeh Lotfi, F. & Rezai, H. 2005. A note on some of DEA models and finding efficiency and complete ranking using common set of weights. *Applied Mathematics and Computation*, 166(2), 265-281.
- Jaidari, F., Khodadad Kashi, F., Abolhasani, A. & Darvishi, B. 2020. Dynamic efficiency in regulation of urban water and wastewater companies of Iran. *Journal of Economic Research*, 55(1), 1-26.
- Khodaparast Mashhad, M., Fotros, M. & Fathi, B. 2015. An analysis of cost function two-product firm: case study water and wastewater company Markazi province. *Journal of Applied Economics Studies in Iran*, 4(14), 193-217. (In Persian)
- Lambardi, G. V., Stefani, G., Paci, A., Becagli, C., Miliacca, M., Gastaldi, M., et al., 2019. The sustainability of the Italian water sector: an empirical analysis by DEA. *Journal of Cleaner Production*, 227, 1035-1043.
- Liu, J. & Fukushige, M. 2020. Efficiency and pricing of water supply and sewerage services in Japan. *Utilities Policy*, 62, 100984.
- Mahmoudi, M., Fathi, B., Sajadifar, H. & Shahsavari, A. 2012. Measuring efficiency of water and wastewater company: a DEA approach. *Research Journal of Applied Sciences Engineering and Technology*, 12(4), 1642-1648.
- Mohammad Jani, E. & Yazdanian, N. 2014. Analysis of the water crisis in the country and its management requirements. *Economic Trends*, 21(65-66), 114-144.
- Molinos Senante, M., Donoso, G. & Sala Garrido, R. 2016. Assessing the efficiency of Chilean water and sewerage companies accounting for uncertainty. *Environmental Science and Policy*, 61, 116-123.



- Molinos Senante, M., Maziotis, A. & Sala Garrido, R. 2014. The Luenberger productivity indicator in the water industry: an empirical analysis for England and Wales. *Utility Policy*, 30, 18-28.
- Mugera, A. 2013. Measuring technical efficiency of dairy farms with imprecise data: a fuzzy data envelopment analysis approach. *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*, 57, 501-519.
- Puri, J. & Prasad Yadav, S. 2014. A fuzzy DEA model with undesirable fuzzy outputs and its application to the banking sector in India. *Expert Systems with Applications*, 41(14), 6419-6432.
- Rezaee, J., Eydmoammadzadeh, H., Faghihnasiri, M. & Garshasbi, A. 2010. Evaluating the water and wastewater enterprises in provincial water sector using mathematical programming model. *Iran-Water Resources Research*, 6(1), 74-82. (In Persian)
- Sajadifar, S., Asali, M., Fathi, B. & Mohamadbagheri, A. 2016. Measuring energy consumption efficiency using data envelopment analysis (DEA) with undesirable factors. *The Journal of Planning and Budgeting*, 20(4), 55-70.
- Sajadifar, S., Pakrouh, S., Ghane, A. & Fathi, B. 2017. Effective drinking water pricing, a case study of Arak city. *Journal of Water and Wastewater*, 28(1), 95-103. (In Persian)
- Sala Garrido, R., Hernandez Sancho, F. & Molinos Senante, M. 2012. Assessing the efficiency of wastewater treatment plants in an uncertain context: a DEA with tolerances approach. *Environmental Science and Policy*, 18, 34-44.
- Wang, Y., Great Banks, R. & Yang, J. 2005. Interval efficiency assessment using data envelopment analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 153(3), 347-370.
- WWC, 2000. *World Water Council*. The use water today, in: world water vision earth scan publications Ltd, London UK, chapter 2.

