

# Investigating the Effect of Important Parameters in a One-Dimensional Numerical Model of Pollutants Transmission in the Presence of Colloid in a Saturated Porous Medium

**B. Ghiasi<sup>1</sup>, M. H. Niksokhan<sup>2</sup>**

1. PhD Candidate of Environmental Engineering-Water Resources, School of Environment, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran  
 2. Assoc. Prof., of Environmental Engineering, School of Environment, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran  
 (Corresponding Author) Niksokhan@ut.ac.ir

(Received Aug. 9, 2019 Accepted Jan. 30, 2020)

**To cite this article:**

Ghiasi, B., Niksokhan, M. H. 2020. "Investigating the effect of important parameters in a one-dimensional numerical model of pollutants transmission in the presence of colloid in a saturated porous medium" Journal of Water and Wastewater, 31(5), 91-102. Doi: 10.22093/wwj.2020.197231.2910. (In Persian)

## Abstract

Transmission of pollutants to high vulnerability groundwaters is significant due to the uncontrolled growth of water harvesting from wells in recent years. One of the significant parameters for the pollutants transfer to groundwater is the presence of colloidal particles. These particles often facilitate the transfer of pollutants to lower soil depths in saturated conditions. However, in particular circumstances, they also delay the transmission of pollutants. Therefore, it is necessary to study the effect of various parameters on the transfer of pollutants in the presence of colloids. In this research, in order to investigate the effect of various parameters and the effect of colloid presence on pollutant transfer, first, a hexavalent chromium transmission experiment was performed in the presence of bentonite colloidal particles in a saturated porous medium column. Then a one-dimensional numerical model has been developed based on three-phase equations and interactions of soil, colloid particles, and pollutants in a saturated porous medium. The equations in this research include six differential equations that have six unknown parameters. These equations are solved with finite difference method, which uses two points reverse differential approximation for derivatives of time and central difference approximation

for spatial derivatives. The numerical model was calibrated with experimental results with a determination coefficient of 0.98 and constant coefficients of the equations were optimized. Investigation of the important parameters showed that by increasing the deposition rate of colloidal particles on the solid matrix, less pollutant content was transferred, which is a fact for the effect of colloidal particles on pollutant transport. Also, increasing the rate of pollutants absorption by colloidal particles and increasing the flow velocity, increases the pollutant transport. The results indicated that doubling the hydrodynamic diffusion coefficient of the contaminant and colloidal particles increased transmission by more than 100 times at the beginning of the experiment and by approximately 15% at the end of the experiment. Finally, the increase in porosity increases the gap between the particles and the chromium transmission. The results of this study indicate the significant effect of bentonite colloidal particles in facilitating and enhancing chromium transport in saturated porous media. Also, the diffusion coefficient has the most influence on chromium transport in the presence of colloidal particles in the saturated porous media. As a result, the presence of colloidal particles in groundwater-contaminated environments should be monitored and the effects of parameters in that environment should be determined by modeling to take the necessary measures to control it.

**Keywords:** Colloidal Particles, Pollutant Transmission, Groundwater Pollution, Numerical Model, Finite Difference Method.



## بررسی تأثیر پارامترهای مهم در مدل عددی یک بعدی انتقال آلاینده در حضور کلوئید در محیط متخلخل اشبع

بهزاد قیاسی<sup>۱</sup>، محمدحسین نیکسخن<sup>۲\*</sup>

- ۱- دانشجوی دکترای مهندسی محیط‌زیست- منابع آب، دانشکده محیط‌زیست، پردیس دانشکده فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران  
 ۲- دانشیار، گروه مهندسی محیط‌زیست، دانشکده محیط‌زیست، پردیس دانشکده فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران  
 (تویسته مسئول) Niksokhan@ut.ac.ir

(دریافت ۹۷/۰۵/۱۸) پذیرش ۹۷/۱۱/۱۰

برای ارجاع به این مقاله به صورت زیر اقدام بفرمایید:  
 قیاسی، ب، نیکسخن، م.ح، ۱۳۹۹، "بررسی تأثیر پارامترهای مهم در مدل عددی یک بعدی انتقال آلاینده در حضور کلوئید در محیط متخلخل اشبع"  
 مجله آب و فاضلاب، (۵)، ۰۱-۰۲، ۹۱-۹۰، Doi: 10.22093/wwj.2020.197231.2910

### چکیده

انتقال آلودگی به آب‌های زیرزمینی که با توجه به مصرف بیش از حد و افت سطح آن در طول سال‌های اخیر آسیب‌پذیری زیادی دارند، از اهمیت زیادی برخوردار است. یکی از پارامترهای مهم انتقال آلاینده به آبهای زیرزمینی، حضور ذرات کلوئیدی است. این ذرات اغلب باعث تسهیل انتقال آلاینده‌ها به عمق‌های پایین‌تر خاک در شرایط اشبع می‌شوند، ولی در شرایط خاصی، تأخیر در انتقال آلاینده نیز ایجاد می‌کنند. بنابراین بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر انتقال آلاینده در حضور کلوئید امری ضروری است. در این پژوهش به منظور بررسی تأثیر پارامترهای مختلف و همچنین تأثیر حضور کلوئید بر انتقال آلاینده، ابتدا یک آزمایش انتقال کروم شش ظرفیتی در حضور ذرات کلوئیدی بنتونیت در یک ستون با محیط متخلخل اشبع انجام شد. سپس مدل عددی یک بعدی بر مبنای معادلات و اندرکنش‌های سه فاز خاک، ذرات کلوئید و آلاینده در محیط متخلخل اشبع توسعه داده شد. معادلات استفاده شده در این پژوهش که بر اساس مطالعات گذشته بوده است، شامل ۶ معادله دیفرانسیلی به همراه ۶ مجهول بود که از طریق روش عددی تفاضل محدود با استفاده از دو نقطه تقریبی بازگشته برای مشتق زمان و تفاضل مرکزی برای مکان حل شد. مدل عددی این پژوهش با مقدار ضریب تعیین ۰/۸۰ با نتایج آزمایشگاهی واسنجی شد و ضرایب ثابت معادلات بهینه شدند. بررسی پارامترهای مهم نشان داد که با افزایش نرخ رسوب ذرات کلوئیدی بر روی ماتریس جامد، مقدار آلاینده کمتری انتقال پیدا می‌کند که اثباتی بر تأثیر ذرات کلوئیدی بر انتقال آلاینده است. همچنین افزایش نرخ جذب ذرات آلاینده توسط ذرات کلوئیدی و سرعت جریان، باعث افزایش انتقال آلاینده می‌شود. بررسی نتایج انتقال داد که ۲ برابر کردن ضریب پخش هیدرودینامیکی ذرات آلاینده و کلوئیدی باعث افزایش بیش از ۱۰۰ برابر در ابتدای آزمایش و افزایش تقریباً ۱۵ درصدی در انتهای آزمایش می‌شود. در نهایت، افزایش تخلخل نیز باعث بیشتر شدن فضای خالی میان ذرات و انتقال بیشتر کروم می‌شود. نتایج این پژوهش حاکی از تأثیر بسزای ذرات کلوئیدی بنتونیت در تسهیل افزایش انتقال کروم در محیط متخلخل اشبع است. همچنین ضریب پخش بیشترین تأثیر را در انتقال کروم در حضور ذرات کلوئیدی در محیط متخلخل اشبع دارد. در نتیجه در محیط‌های مستعد آلودگی آب‌های زیرزمینی باید حضور ذرات کلوئیدی بررسی شود و با انجام مدل‌سازی، تأثیر پارامترها در آن محیط مشخص شود تا تدبیر لازم برای کنترل آن انجام شود.

**واژه‌های کلیدی:** ذرات کلوئید، انتقال آلاینده، آلودگی آب زیرزمینی، مدل عددی، تفاضل محدود

## نگرانی در آلدگی آب‌های زیرزمینی محسوب می‌شود (De Jonge et al., 2004, Sayers and Khilar, 2006)

ذرات کلوئیدی، ذرات جامد یا نیمه جامد گستته کوچکی هستند که به طور ذاتی در محیط متخلخل طبیعی، مثل سنگ یا توده خاکی وجود دارند و به وسیله نیروهای کلوئیدی، هیدرودینامیکی و نیروهای دیگر قابل حرکت هستند. این ذرات کلوئیدی را ذرات انتقالی با بعد یک نانومتر و یک Am می‌نامند که معمولاً دارای بارهای سطحی الکتریکی در سطوح خود هستند (Hunter, 2001). تنوعی از مواد ارگانیک و غیرارگانیک برای کلوئیدها و ذرات کوچک در آب‌های زیرزمینی وجود دارد که شامل رسوبات معدنی مانند معمولاً آهن، آلومینیوم، کلسیم، اکسیدهای منگنز، هیدروکسید، کربنات‌ها، سیلیکات‌ها و فسفات‌ها و همچنین خرددهای سنگ و مواد معدنی، بیوکلوئیدها شامل ویروس، باکتری و پروتوزن‌ها و اجزای درشت مولکولی ماده ارگانیک طبیعی است (McCarthy and Mckay, 2004). این ذرات در دامنه وسیعی از فرایندهای محیطی قرار گرفته‌اند. برخی از منابع بالقوه ذرات کلوئیدی متحرک، در محیط زیرزمینی شناسایی شده‌اند. این نوع منابع شامل تحرک داخل آب ذراتی است که به طور طبیعی مانند تشکیل ذرات کلوئیدی از طریق رسوب محلول‌های فوق‌اشباع و ورود مستقیم ذرات کلوئیدی زیرزمینی از طریق پروسه‌های مدیریت پسماند مثل محلهای دفن پسماند در زیر خاک، مخازن فاضلاب یا تغذیه آب‌های زیرزمینی وجود دارند. در نتیجه، مدل‌سازی انتقال آلاینده در حضور ذرات کلوئیدی ابزاری برای بررسی و طراحی مکان‌های دارای آلاینده آب زیرزمینی است. مدل‌های عددی بسیاری به منظور مدل‌سازی انتقال آلاینده توسعه یافته‌اند که با حضور ذرات کلوئیدی، از دو فاز جامد ثابت و مایع متحرک به سه فاز شامل مواد کلوئیدی تبدیل می‌شوند و روابط و فرایندهای این مدل‌ها پیچیده‌تر می‌شود (Sen et al., 2004).

2006, Sayers, 2002, De Jonge et al., 2004)

پس از روشن شدن تأثیر ذرات کلوئید بر انتقال آلاینده‌ها، مطالعات مدل‌سازی عددی در سال ۱۹۹۱ توسط میلز و همکاران و در سال ۱۹۹۳ به طور کامل تر توسط کوراپسی اوغلو و جیانگ آغاز شد و در دوره ۱۵ ساله، تمرکز پژوهش‌ها در این زمینه به سمت مدل‌سازی عددی یا تحلیلی با استفاده از نتایج آزمایش‌های به دست آمده در پژوهش‌های آزمایشگاهی هدایت شد. مطالعات عددی با معادلات و شرایط مختلفی گسترش یافت. زیرا هر کدام از این

## ۱- مقدمه

بررسی گزارش‌های وزارت نیرو نشان می‌دهد که با وجود کاهش سالانه ۶۰۸۲ میلیون مترمکعب از ذخایر آبی کشور به طور متوسط سهم آب‌های زیرزمینی از کل مصارف بیش از ۶۰ درصد است (Iran water statistical yearbook, 2018, Energy, 2018). در کنار کاهش کمیت منابع آب، انتشار پساب‌های صنعتی، کشاورزی و شهری نیز از دیگر عوامل تهدیدکننده منابع محدود آب زیرزمینی کشور محسوب می‌شود. هر فعالیتی که منجر به انتشار مواد شیمیایی یا هر نوع پسماندی به محیط شود، چه به صورت عمده یا تصادفی، این پتانسیل را دارد که آب زیرزمینی را آلوده سازد. زمانی که آب زیرزمینی آلوده شود، پاکسازی آن بسیار زمان‌بر است و از نظر اقتصادی به صرفه نیست (Burri et al., 2019).

بسیاری از فرایندها می‌توانند بر مقدار انتشار آلدگی‌ها و آنچه که در آب‌های زیرزمینی اتفاق می‌افتد، تأثیرگذار باشد و بهطور بالقوه باعث افزایش یا کاهش مقدار مضر یا سالم بودن آلاینده شود. بعضی از مهم‌ترین فرایندهای مؤثر بر مواد خطرناک در آب‌های زیرزمینی، انتقال، جذب و تجزیه بیولوژیکی هستند (Speight, 2019). انتقال، زمانی رخ می‌دهد که آلاینده‌ها با آب‌های زیرزمینی حرکت می‌کنند. این شکل اصلی انتقال آلدگی در آب‌های زیرزمینی است. جذب، زمانی رخ می‌دهد که آلاینده‌ها خود را به ذرات خاک یا کلوئید متصل می‌کنند. جذب می‌تواند باعث کندر شدن یا تسهیل حرکت آلدگی در آب‌های زیرزمینی شود و همچنین پاکسازی آلدگی را نیز سخت تر می‌کند. تجزیه بیولوژیکی، زمانی اتفاق می‌افتد که میکروارگانیسم‌ها، مانند باکتری‌ها و قارچ‌ها، از مواد خطرناک به عنوان یک منبع غذایی و انرژی استفاده کنند. در این فرایند، آلاینده‌ها از بین می‌روند و مواد خطرناک اغلب به موادی دارای ضرر کمتر تبدیل می‌شوند (Speight, 2019).

انواع آلاینده‌ها به سیستم‌های زیرسطحی راه می‌یابند که راه انتقال آنها می‌تواند خاک یا جریان آب باشد. ولی مطابق پژوهش‌های انجام شده، تحت شرایط خاص انتقال آلاینده توسط ذرات کلوئیدی به زیرسطح امکان پذیر می‌شود. این انتقال با عنوان "انتقال تسهیل شده آلاینده توسط کلوئید<sup>۱</sup>" شناخته می‌شود. انتقال ذرات کلوئیدی موجود در محیط‌های متخلخل طبیعی به عنوان یک

<sup>1</sup> Colloid – Facilitated Contaminant Transport

سايرس و هورن برگر يك مدل سه فازی را در قیاس با مدل گسترش يافته توسط کوراپسی اوغلو و جيانگ توسعه دادند که رفتار انتقال سزیم  $(^{137}\text{Cs})$  را در غیاب و حضور کلوئیدهای کاتولینیتی از طریق ستون فشرده شده از ماسه، به طور خوبی توضیح می‌دهد. مدل آنها بر اساس پارامترهای مستقل مشخص شده برای سینتیک مرتبه اول رسوب ذرات کلوئیدی، تعادل جذب  $^{137}\text{Cs}$  روی ماسه کوارتز و کاتولینیت و همچنین انتشار هیدرودینامیکی ماده حل شده است (Saunders and Hornberger, 1999).

سن و همکاران در دو پژوهش، مدل ریاضی یک بعدی جامعی را توسعه دادند که در مقایسه با مدل‌های موجود همچون مدل توسعه یافته توسط کوراپسی اوغلو و جيانگ فرمول نویسی شده است. مدل آنها نیز بر مبنای جذب موازنه آلاینده، آزاد شدن هیدرودینامیکی، انتقال و حبس ذرات کلوئیدی در جریان‌های آب زیرزمینی است (Sen et al., 2004, Sen et al., 2002).

بخیت و حسن مدل دو بعدی انتقال کلوئید-آلاینده را در محیط متخلخل ناهمنگ فیزیکی و ژئوشیمیایی گسترش کردند. در این مدل ضربی توزیع متغیر فضایی و رسانایی متغیر فضایی (ناهمگنی فیزیکی) و ضربی اتصال کلوئید (ناهمگنی شیمیایی) در نظر گرفته شده است (Bekhit and Hassan, 2005).

سیمونک و همکاران مدلی را برای بررسی انتقال ذرات آلاینده توسط کلوئید در محیط متخلخل را ارائه کردند. برای بررسی تسریع انتقال آلاینده توسط کلوئید در محیط‌های متخلخل، یک مدل عددی یک بعدی بر پایه بسته نرم افزاری HYDRUS - 1D توسعه داده شده است که سازوکارهای مربوط با کلوئید و انتقال مواد محلول تسهیل شده توسط کلوئید در محیط متخلخل متغیر را ترکیب می‌کند (Şimşek et al., 2006).

بخیت و همکاران مدلی را برای بررسی انتقال آلاینده در آب زیرزمینی در حضور کلوئید و باکتری توسعه دادند. مدل ریاضی با ۱۴ معادله دیفرانسیل جزئی که تعادل جرم و فرایندهای واکنش‌ها را شرح می‌دهد، بیان شده است. معادلات بقای جرم به صورت عددی برای سیستم دو بعدی آب زیرزمینی و با استفاده از روش "تغییرات کل از بین برندۀ<sup>۱</sup> مرتبه سوم" برای روابط انتشار، حل شده است (Bekhit et al., 2009).

کاتزوراکیس و چریسیکوپولوس به توسعه مدل ریاضی انتقال

مدل‌های عددی برروی یک پدیده خاص که طی نتایج آزمایشگاهی به دست می‌آید، تمرکز دارد و باعث تنوع مدل‌های عددی می‌شود (Corapcioglu et al., 1993, Mills et al., 1991).

در سال‌های اخیر نیز پژوهش‌های مدل‌سازی بسیاری انجام شده است. در اغلب این پژوهش‌ها برهم‌کنش‌های موازنه بین ذرات کلوئیدی و آلاینده در فاز محلول با استفاده از مدل توسعه یافته توسط کوراپسی اوغلو و جيانگ به دست آمده است. مدل‌های ریاضی انتقال کلوئیدی و تسهیل شده با کلوئید معمولاً بر مبنای معادله انتقال-پخش ذرات کلوئیدی، رسوب و آزاد شدن از سطح محیط متخلخل ثابت و برهم‌کنش‌های میان آلاینده‌ها و سه فاز جامد (فازهای کلوئیدی متصل و معلق و فاز جامد ثابت) است (Kheirabadi et al., 2017). معادله انتقال - پخش نیز با انواع مختلف برهم‌کنش‌های کلوئید-آلاینده-خاک-ماتریس پیوند شده است (Kheirabadi et al., 2017, Corapcioglu and Jiang, 1993) برهم‌کنش‌های کلوئیدی با فاز جامد ساکن معمولاً به وسیله نظریه فیلتراسیون توصیف می‌شود که واکنش کلی را می‌توان با سینتیک درجه یک بیان کرد (Sen and Khilar, 2006).

مدل انتقال کلوئیدها/فلزات توسعه داده شده توسط میلس و همکاران به منظور شبیه‌سازی کلوئید و انتقال ذرات حل شده چندگانه از لندهای در یک ناحیه غیر اشباع به یک پذیرنده در یک ناحیه اشباع انجام شده است. یک محدودیت این مدل این است که تنها تعادل جذب خطی میان کلوئیدها و ماتریس متخلخل را فرض می‌کند. این فرض فرایند کنترل شده جذب تعادلی و سینتیک غیر خطی را در نظر نمی‌گیرد (Mills et al., 1991).

کوراپسی اوغلو و همکاران اولین بار یک مدل ریاضی توصیف‌کننده انتقال آلاینده تسهیل شده که علاوه بر آلاینده، شامل معادلات تعادل جرمی ذرات ریز هستند را مطرح کردند. به دلیل اینکه گونه‌های آلاینده در چهار محل مختلف شامل ذرات متحرک، ذرات محبوس، فاز سیال و جامد وجود دارد، معادلات تعادل جرمی هر محل نوشته شده است (Corapcioglu et al., 1993).

روی و دیزومباک انتقال تسهیل شده با کلوئید فناوری را در ستون‌های فشرده شده از ماسه‌های طبیعی بررسی کردند. محاسبات مدل نشان می‌دهد که سینتیک کند رهاسازی آلاینده از ذرات کلوئیدی یک پیش‌نیاز ضروری معنی دار انتقال تسهیل شده با کلوئید است (Roy and Dzombak, 1997).

<sup>۱</sup> Total Variance-Diminishing scheme (TVD)



تا ۲۰۰۰ بوده‌اند. بنابراین در مطالعات جدید باید از داده‌های آزمایشگاهی جدیدی استفاده شود.

بر مبنای نقاط ضعف بیان شده پژوهش‌های گذشته، هدف این پژوهش بررسی تأثیر پارامترهای مهم بر انتقال آلاینده در حضور کلوئیدی، در طول ستون متخلخل اشباع و همچنین تأثیراتی که ذرات کلوئیدی در انتقال آلاینده ایجاد می‌کند، بود. به عبارتی نوآوری این پژوهش، برطرف کردن ضعف‌های اشاره شده در پژوهش‌های مشابه قبلی شامل استفاده از نتایج آزمایشگاهی جدید و انجام شده توسط پژوهشگران، بررسی تأثیر و آنالیز حساسیت پارامترهای مهم با مدل واسنجی شده توسط نتایج آزمایشگاهی جدید، بررسی مفهومی و تأثیر دانه‌بندی ذرات بر انتقال و در انتها بررسی مفهومی و صحت نتایج حاصل از آنالیز حساسیت مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی است. به این منظور ابتدا طراحی آزمایش انجام شد و نتایج آن در مدل عددی استفاده شد. در ادامه، یک مدل عددی یکبعدی بر مبنای معادلات موجود توسطه داده شد. به منظور اثبات نتایج مدل عددی، از داده‌های آزمایش‌های انجام شده در این پژوهش استفاده شد تا مفهوم تأثیر این پارامترها روشن شود.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۱-۱- آزمایش ستون متخلخل

به منظور بررسی تأثیر پارامترهای مهم در انتقال آلاینده در حضور ذرات کلوئیدی در محیط متخلخل اشباع، یک آزمایش انتقال آلاینده با حضور ذرات کلوئیدی در محیط متخلخل اشباع در یک ستون یکبعدی بودن (به منظور نمونه برداری از مرکز لوله و در همچون یکبعدی بودن) سرعتی بیش از سرعت واقعی آب در مسیر انتقال به آبخوان (به دلیل محدودیت زمانی) و عدم طراحی دقیق دانه‌بندی مسیر انتقال آب به آبخوان (در نظر گرفتن دانه‌بندی یکنواخت و متفاوت برای بررسی تأثیر آن)، تأثیر حضور ذرات کلوئیدی و پارامترهای مختلف را به خوبی نشان داد و می‌توان از نتایج آن در شرایط واقعی بهره برد. فلز سنگین کروم شش ظرفیتی به دلیل مهم بودن در آبهای زیرزمینی به عنوان آلاینده و بنتونیت به عنوان ذرات کلوئیدی رسی انتخاب شد. محیط متخلخل آزمایش، شامل یک ستون از جنس پلاکسی‌گلاس به طول ۳۵ سانتی‌متر و شعاع داخلی ۴/۸ سانتی‌متر و دانه‌های شن و ماسه شسته شده که دارای قطر

کلوئید و ویروس با هم در محیط متخلخل و کاربرد آن در داده‌های آزمایشگاهی پرداخته‌اند. در این پژوهش یک مدل مفهومی ریاضی برای شرح انتقال ویروس و کلوئید با هم در سه بعد، حالت اشباع و محیط متخلخل همگن با جریان یکنواخت توسعه داده شده است (Katzourakis and Chrysikopoulos, 2014).

خیرآبادی و همکاران نیز به مدل‌سازی سینتیکی و تعادلی انتقال آلاینده در حضور ذرات کلوئیدی پرداختند و تأثیر حضور ذرات کلوئیدی، مقدار غلظت آن و ضرایب ثابت را بررسی کردند (Kheirabadi et al., 2017).

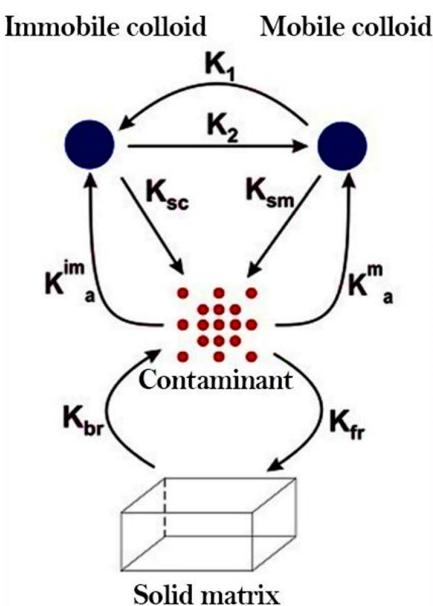
بردفورد و لیچ انتقال و گیرافتادگی ذرات کلوئیدی معلق در محیط متخلخل را مدل‌سازی کردند. نتایج این پژوهش نشان‌دهنده تأثیر دانه‌بندی بر شکل منحنی انتقال و همچنین تأثیر افزایش مسافت انتقال و مقدار ذرات معلق کلوئیدی بر گیرافتادگی است (Bradford and Leij, 2018).

در سال ۲۰۱۹ نیز پژوهش‌هایی مانند مدل‌سازی انتقال همراه با هم ذرات معلق کلوئیدی و ذرات نانو توسط مالگارسی و همکاران و انتقال همزمان BTEX و مواد میکروبی در محیط متخلخل توسط والسالا و گوینداراجان انجام شده است (Valsala and Govindarajan, 2019, Malgaresi et al., 2019).

در اغلب پژوهش‌های گذشته، تمرکز بر روی انجام یک آزمایش و بررسی یک موضوع مهم مانند تأثیر گیرافتادگی، انتقال ویروس، انتقال نانوذرات و مدل‌سازی عددی آن آزمایش بوده است. مطالعات اندکی صرفاً به موضوع مدل‌سازی عددی و بررسی تأثیر پارامترهای مهم در انتقال آلاینده توسط ذرات کلوئیدی پرداخته‌اند که در آنها نیز ابتدا، تنها تأثیر ضرایب ثابت و غلظت اولیه کلوئید دیده شده است و تأثیر متغیر مهمی همچون دانه‌بندی محیط متخلخل که در قالب پارامتر تخلخل (n) تأثیر خود را در نتایج مدل‌سازی عددی نشان می‌دهد، بررسی نشده است. سپس نتایج آزمایش صرفاً برای کالیبره کردن مدل عددی استفاده شد و به منظور صحت‌سنجی نتایج آنالیز حساسیت مدل عددی، مقایسه‌ای با نتایج آزمایش‌های انجام نشده و بحث مفهومی نیز انجام نشده است. به عبارتی نتایج مدل عددی و تأثیر پارامترهای مهم را نمی‌توان بدون اثبات این نتایج توسط آزمایش‌های انجام شده، پذیرفت. در نهایت نیز مطالعات مدل‌سازی عددی که تأثیر پارامترهای مهم را بررسی کرده‌اند، با استفاده از داده‌های آزمایش‌های قدیمی بازه زمانی ۱۹۹۰



- به جرم واحد ذرات کلوئیدی غیرمتحرک،  $\sigma_{CC}$  (بدون بعد)
- جرم آلاینده جذب شده بر روی ذرات ثابت خاک نسبت به جرم واحد محیط متخالخل،  $\sigma_d$  (بدون بعد)
- دو مؤلفه اول، غلظت‌های فاز متحرک و دو جزء آخرین غلظت‌های فاز بی حرکت را بیان می‌کنند. برای بیان نرخ مهاجرت آلاینده‌ها و الگوهای مربوط به آن، معمولاً دو جزء اول با یکدیگر جمع می‌شوند تا غلظت کلی آلاینده‌های منتقل شده را بیان کنند. شکل ۱، واکنش بین آلاینده‌ها، کلوئیدها و ماتریس جامد و همچنین ضرایب بین آنها را نشان می‌دهد.



**Fig. 1.** Conceptual schematic of the process interactions between contaminants, colloids and solid matrix. (Kheirabadi et al., 2017)

شکل ۱- شماتیک مفهومی از پروسه واکنش بین آلاینده‌ها، کلوئیدها و ماتریس جامد (Kheirabadi et al., 2017)

آزمایش انجام شده در این پژوهش به منظور بررسی انتقال کروم در حضور ذرات بنتونیت به صورت یک بعدی طراحی شد (نمونه برداری مرکزی و در راستای طول ستون). بنابراین به دلیل عدم وجود داده‌های آزمایش‌های دوبعدی (نمونه برداری جانبی) و نبود مقدار ضریب پخش جانبی، مدل عددی در این پژوهش نیز به صورت یک بعدی توسعه داده شد.

مجموعه‌ای کامل از معادلات مدل با بیان مرتبه اول جنبشی که

ذراتی بین  $2/36$  تا  $4/75$  (بین دو الک شماره ۴ و ۸ استاندارد ASTM) بود. در ستون آزمایش آب از پایین به بالا و با سرعت مشخص شده جریان یافت. به منظور برآورد زمان کل آزمایش، ابتدا محلول رنگی به ستون تزریق شد و منحنی انتقال بررسی شد. زمان انجام آزمایش و نمونه‌گیری بر اساس بازه از زمان ورود نخستین ذرات رنگی به محل خروج ستون تا زمان پخش کامل تعیین شد. در این آزمایش مخلوط آماده شده بنتونیت با کروم با سرعت یکنواخت به ستون تزریق شد و نمونه‌ها به عنوان حجم ۱۰ میلی لیتر گرفته شد. حجم سلول دستگاه‌های DR-2000 و DR-5000 و DR-5000-DR حجم نمونه حداقل ۲۵ میلی لیتر است. غلظت بنتونیت و کروم به ترتیب با استفاده از دستگاه‌های اسپکتروفتومتری DR-2000 و DR-5000 اندازه‌گیری شد. در این آزمایش‌ها غلظت ورودی کروم و بنتونیت به محیط متخالخل به ترتیب برابر  $5/0$  و  $200$  میلی‌گرم در لیتر بود.

## ۲-۲- مدل عددی

در مدل انتقال آلاینده توسط کلوئید، شش جزء در سیستم وجود دارد به شیوه‌ای پویا در سیستم در اندرکش هستند. دو جزء اول شامل (۱) کلوئید متحرک که دارای غلظت جرمی به شکل  $Cc$  ( $M/L^3$ ) است و (۲) کلوئید بی حرکت که دارای غلظت جرمی به شکل  $\sigma_{CC}$  ( $L/L^3$ ) است. چسبیدن و جدا شدن کلوئیدها از ماتریس جامد به عوامل بسیاری از جمله نیروهای بین ذرات بین کلوئید و سطوح ماتریس، مانند نیروی واندروالس و اندرکش دو لایه الکتریکی و نیروهای هیدرودینامیکی بستگی دارد. بنابراین غلظت کلوئیدی،  $Cc$  و  $\sigma_{CC}$ ، بر اساس سیستیک چسبیدن و جدا شدن ذرات کلوئیدی در سیستم تعیین می‌شوند (Kheirabadi et al., 2017, Corapcioglu et al., 1993).

- چهار جزء باقیمانده متعلق به آلاینده‌ها هستند و نشان‌دهنده و توصیف‌کننده اشکال مختلفی که می‌توانند در سیستم داشته باشند. این اجزا شامل موارد زیر هستند (Corapcioglu et al., 1993)
- غلظت جرمی آلاینده محلول در فاز آبی،  $(M/L^3) Cd$
  - جرم آلاینده متصل به ذرات کلوئیدی متحرک نسبت به جرم واحد ذرات کلوئیدی متحرک،  $\sigma_{cm}$  (بدون بعد)
  - جرم آلاینده متصل به ذرات کلوئیدی غیرمتحرک نسبت به



معادله ۵ معادله موازنۀ جرم برای آلاینده‌ها در فاز آبی را نشان می‌دهد (Kheirabadi et al., 2017)

$$\frac{\partial C_d^*}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_d^*}{\partial t} = D^* \frac{\partial^2 C_d^*}{\partial x^2} - V \frac{\partial C_d^*}{\partial x} - K_a^m C_d^* - K_a^{im} C_d^* - K_{sm} \sigma_{cm} C_c^* - K_{sc} \sigma_c^* \sigma_{cc} \quad (5)$$

که در آن

$$C_d^* = \theta \times C_d \text{ و } \sigma_d^* = \rho_b \times \sigma_d$$

مقدار جذب آلاینده‌ها به ماتریس جامد با معادله واکنش جنبشی بیان می‌شود (Kheirabadi et al., 2017)

$$\frac{\partial \sigma_d^*}{\partial t} = K_{br} C_d^* - K_{fr} \sigma_d^* \quad (6)$$

در این معادلات

$K_a^{im}(1/T)$  و  $K_a^m(1/T)$  به ترتیب ضرایب نرخ جذب آلاینده در ذرات کلوئیدی متحرک و بی‌حرکت،  $K_{sm}(1/T)$  ضریب نرخ آزاد شدن آلاینده از کلوئید متحرک،  $K_{sc}(1/T)$  ضریب نرخ آزاد شدن آلاینده از کلوئید بی‌حرکت،  $K_{fr}(1/T)$  و  $K_{br}(1/T)$  به ترتیب ضرایب نرخ جذب و دفع آلاینده بر روی ماتریس جامد هستند و  $\sigma_{cc}$  غلظت جرمی آلاینده‌های چسبیده به سطوح کلوئیدی بی‌حرکت در واحد جرم کلوئید است.

این معادلات مجموعه کاملی از معادلات با ۶ متغیر نامعلوم را تشکیل می‌دهند. کاملاً مشخص است که یک راه حل تحلیلی از مجموعه کاملی از معادلات دیفرانسیل با مشتق‌ات جزئی بسیار دشوار و یا غیرممکن است. حل عددی معادلات با استفاده از روش تفاضل محدود کاملاً ضمنی، که با بهکار بردن دو نقطه تقریب تفاضلی رو به عقب برای مشتق‌ات زمان و تقریب تفاضل مرکزی برای مشتق‌ات فضایی (مکانی) به دست آمده است، انجام شد. در این پژوهش از روش تفاضلی رو به عقب در زمان و مرکزی در مکان<sup>۱</sup> استفاده شد. تقریب پس رو در زمان و متمرکز در مکان از معادله پخش، یک تقریب ضمنی، تک گام، سازگار، با درجه دقت  $O(\Delta t)^2 + O(\Delta x^2)$ ، بهطور غیرمشروط پایدار و همگراست. در نتیجه، گام زمان بر اساس دقت موردنیاز انتخاب می‌شود و نه به دلیل الزامات پایداری روش عددی. معادلات ۱ و ۲ با هم و برای به دست

توصیف‌کننده اندرکنش ذرات کلوئیدی / آلاینده‌ها و بخش‌بندی جرم ذرات کلوئیدی / ماتریس جامد هستند را می‌توان در شکل یک بعدی که بیشتر قابل پاسخ‌گویی با یک راه حل عددی است، به صورت معادله ۱ بیان کرد.

معادله موازنۀ جرم برای ذرات کلوئیدی معلق در فاز آبی (Kheirabadi et al., 2017)

$$\frac{\partial C_c^*}{\partial t} = D^* \left( \frac{\partial^2 C_c^*}{\partial x^2} \right) - V \left( \frac{\partial C_c^*}{\partial x} \right) - K_1 C_c^* + K_2 \sigma_c^* \quad (1)$$

نرخ رسوپ جرم ذرات کلوئیدی (Kheirabadi et al., 2017)

$$\frac{\partial \sigma_c^*}{\partial t} = K_1 C_c^* - K_2 \sigma_c^* \quad (2)$$

که در آن

$$\sigma_c^* = \rho_c \times \sigma_c \text{ و } C_c^* = \theta \times C_c$$

در این معادلات  $C_c^*$  غلظت جرمی ذرات کلوئید معلق (متحرک) نسبت به حجم کل محیط متخلخل (جرم ذرات کلوئیدی در واحد حجم کل محیط متخلخل) است.  $\theta$  تخلخل و  $D^*$  تانسور پراکندگی ذرات کلوئیدی است (فرض می‌شود همان تانسور پراکندگی آلاینده نیز است).  $V$  بردار سرعت است،  $K_1(1/T)$  ضریب نرخ رسوپ کلوئیدی است،  $K_2(1/T)$  ضریب نرخ رهاشدن (آزاد شدگی) کلوئیدی است،  $\sigma_c^*$  جرم کلوئید گیر افتاده در ذرات ماسه (کلوئید بی‌حرکت) در هر واحد حجم کل محیط متخلخل و  $t$  زمان است.

معادله موازنۀ جرم برای آلاینده‌های چسبیده به سطوح ذرات کلوئیدی متحرک به صورت معادله ۳ بیان می‌شود (Kheirabadi et al., 2017)

$$\frac{\partial (\sigma_{cm} C_c^*)}{\partial t} = D^* \times \sigma_{cm} \left( \frac{\partial^2 C_c^*}{\partial x^2} \right) - V \times \sigma_{cm} \left( \frac{\partial C_c^*}{\partial x} \right) + K_a^m C_d^* - K_{sm} \sigma_{cm} C_c^* - K_1 \sigma_{cm} C_c^* + K_2 \sigma_c^* \sigma_{cc} \quad (3)$$

معادله موازنۀ جرم برای آلاینده چسبیده به ذرات کلوئیدی گیر افتاده در ماتریس جامد مطابق معادله ۴ است (Kheirabadi et al., 2017)

$$\frac{\partial (\sigma_{cc} \sigma_c^*)}{\partial t} = K_a^{im} C_d^* - K_{sc} \sigma_{cc} \sigma_c^* + K_1 \sigma_{cm} C_c^* - K_2 \sigma_c^* \sigma_{cc} \quad (4)$$

<sup>۱</sup> The Backward Time, Centered Space Method (BTCS)



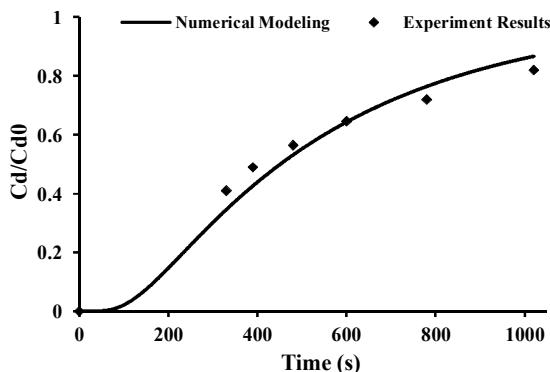


Fig. 2. Comparison of numerical modeling with experimental data

شکل ۲- مقایسه مدل سازی عددی با داده های آزمایشگاهی

جدول ۱- مقدار آزمایشگاهی و ضرایب بهینه شده مورد استفاده در مدل عددی

Table 1. The coefficients and initial values used in the numerical model

Parameter	Value
n	0.4875
V	0.033 cm/s
D	1.6 cm <sup>2</sup> /s
D*	1.15 cm <sup>2</sup> /s
K <sub>1</sub>	0.015 1/s
K <sub>2</sub>	0.015 1/s
K <sub>br</sub>	0.12 1/s
K <sub>fr</sub>	0.27 1/s
K <sub>a</sub>	0.05 1/s
K <sub>SC</sub>	5 1/s
K <sub>sm</sub>	5 1/s

پس از بهینه شدن ضرایب ثابت و واسنجی مدل عددی، تأثیر تغییرات پارامتر مهم در مکانیسم انتقال آلاینده در حضور کلوئید، بررسی شد. این بررسی با تغییر ضرایب ثابت به مقادیری بیشتر و کمتر از مقادیر بهینه شده و مقایسه منحنی حاصل شده با منحنی واسنجی انجام شد. در مرحله اول، پارامتر K<sub>a</sub> بررسی شد. نمودارهای ارائه شده به صورت تغییرات نسبت غلظت کروم به غلظت اولیه آن در طی زمان بر حسب ثانیه هستند. همان طور که در شکل ۳ مشاهده می شود، هر چقدر ضریب نرخ رسوب کلوئیدی (K<sub>a</sub>) بیشتر باشد، آلاینده کمتر در طول ستون انتقال پیدا کرده است. این موضوع نقش مهم ذرات کلوئیدی در انتقال آلاینده را دارد که در پژوهش های اخیر

آوردن غلظت ذرات کلوئیدی متحرک و بی حرکت حل می شوند. راه حل این دو معادله مستقل از چهار معادله باقیمانده است. روش تفاضل محدود برای معادلات ذکر شده با فرضیات زیر استفاده شد

$$K_a^m = K_a^{im} = K_a \quad (7)$$

شرایط مرزی برای حل ۲ معادله اول و ۴ معادله دوم به شرح زیر است. غلظت اولیه کل کلوئید و آلاینده در نقطه ورودی در طول زمان ثابت است و برای بخش های مختلف آن برابر صفر است. تغییرات مکانی غلظت آلاینده و کلوئید در انتهای ستون و در طول زمان برابر صفر است و غلظت کل آلاینده، کل کلوئید و تمام بخش های آنها در تمام نقاط ستون در زمان شروع آزمایش، برابر صفر است.

(8)

$$C_c^*(0, t) = C_{c0}^*, \frac{\partial C_c^*(L, t)}{\partial x} = 0, C_c^*(x, 0) = 0, \sigma_c^*(x, 0) = 0 \quad (9)$$

$$C_d^*(0, t) = C_{d0}^*, \frac{\partial C_d^*(L, t)}{\partial x} = 0, C_d^*(x, 0) = 0, \sigma_{cm}^*(0, t) = 0 \quad (10)$$

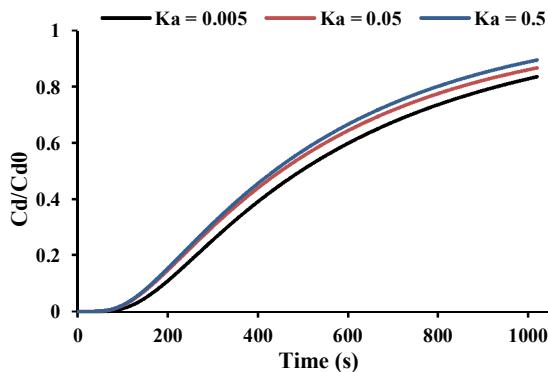
### نتایج و بحث

کد مدل عددی یک بعدی انتقال آلاینده با حضور ذرات کلوئیدی در محیط مخلخل اشباع، در محیط نرم افزار MATLAB با زمان کل ۱۰۲۰ ثانیه و بازه زمانی (dt) یک ثانیه و همچنین بازه طولی (dx) ۰/۲ سانتی متر اجرا شد.

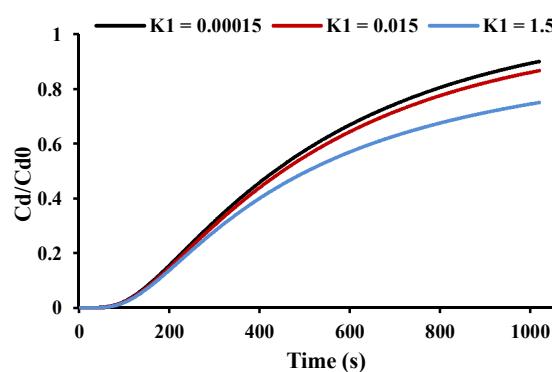
نتایج آزمایش انجام شده به منظور واسنجی مدل عددی استفاده شد. با بهینه سازی ضرایب ثابت در مدل عددی، در نهایت مدل واسنجی شده مطابق شکل ۲ به دست آمد. مقدار ورودی مدل عددی و ضرایب ثابت بهینه شده در جدول ۱ ارائه شده است.

مقایسه منحنی به دست آمده از مدل عددی و نتایج آزمایش، نشان از دقت مناسب مدل عددی دارد، به طوری که مقدار ضریب تعیین (R<sup>2</sup>) میان نتایج آزمایش و مدل عددی ۰/۹۹ و مقدار RMSE برابر ۰/۰۴۴ به دست آمد.

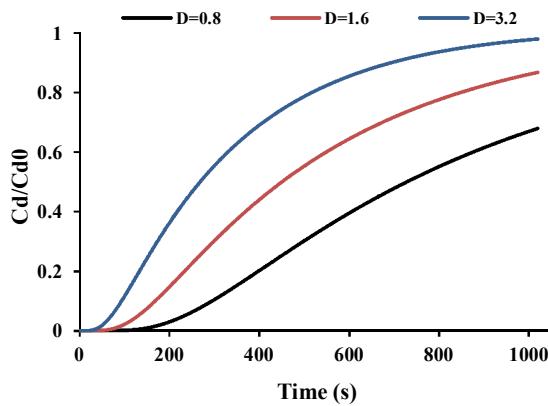




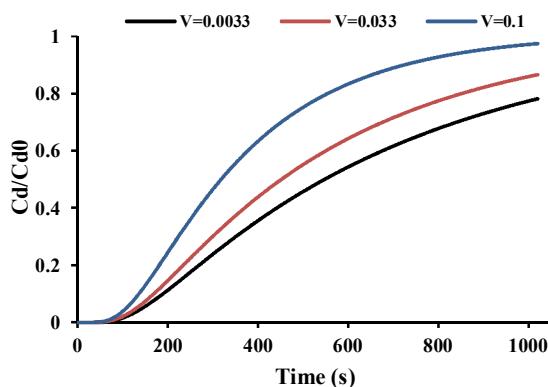
**Fig. 4.** The effect of the  $K_a$  parameter on the concentration ratio of the contaminant in distance  
شکل ۴- تأثیر پارامتر  $K_a$  در نسبت غلظت آلاینده در مکان



**Fig. 3.** The effect of the  $K_1$  parameter on the concentration ratio of the contaminant in distance  
شکل ۳- تأثیر پارامتر  $K_1$  در نسبت غلظت آلاینده در مکان



**Fig. 5.** The effect of the  $D$  parameter on the concentration ratio of the contaminant in distance  
شکل ۵- تأثیر پارامتر  $D$  در نسبت غلظت آلاینده در مکان



**Fig. 6.** The effect of the  $V$  parameter on the concentration ratio of the contaminant in distance  
شکل ۶- تأثیر پارامتر  $V$  در نسبت غلظت آلاینده در مکان

نیز به آن اشاره شده است (Kheirabadi et al., 2017, Corapcioglu et al., 1993)

با بررسی تغییرات ضرایب نرخ جذب آلاینده بر ذرات کلوئیدی متحرک ( $K_a$ ) که در شکل ۴ نشان داده شده است، این موضوع مشخص می شود که افزایش این ضریب منجر به افزایش انتقال آلاینده می شود، یعنی افزایش آلاینده های جذب شده بر روی ذرات کلوئیدی، باعث انتقال بیشتر مقدار آلاینده می شود. این موضوع دلیل دیگری برای تسهیل انتقال آلاینده توسط ذرات کلوئیدی است که توسط پژوهشگران اخیر نیز تأیید شده است (Kheirabadi et al., 2017, Corapcioglu et al., 1993).

مطابق شکل ۵، افزایش ضریب انتشار هیدرودینامیکی کلوئید و آلاینده، منجر به انتقال بیشتر در زمان برابر می شود به طوری که ۲ برابر کردن ضریب پخش هیدرودینامیکی ذرات آلاینده و کلوئیدی باعث افزایش بیش از ۱۰۰ برابری در ابتدای آزمایش و افزایش تقریبا ۱۵ درصدی در انتهای آزمایش می شود. این موضوع با توجه به مفهوم ضریب انتشار، قابل درک است. مقایسه نتایج شکل ۵ با دیگر پارامترها تأثیر بیشتر ضریب پخش را نشان می دهد که حساسیت انتقال کروم در مدل ریاضی به مقدار ضریب پخش بیشتر است. در ادامه تأثیر سرعت جریان بر انتقال آلاینده بررسی شده است.

مطابق شکل ۶، مشاهده می شود که افزایش سرعت باعث افزایش انتقال ذرات آلاینده می شود، به طوری که ۳ برابر کردن

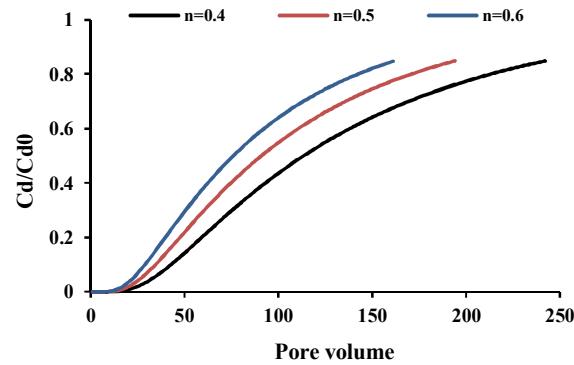


#### ۴- نتیجه‌گیری

آلدگی آب زیرزمینی با توجه به توسعه مصرف و کمبود منابع موجود، اهمیت ویژه‌ای پیدا کرده است. یکی از مهم‌ترین روش‌های اثبات شده، انتقال آلاینده به منابع آب زیرزمینی، روش جذب آلاینده و انتقال آنها توسط ذرات کلوئیدی است. بنابراین مدل‌سازی انتقال آلاینده‌ها در حضور ذرات کلوئیدی در آب‌های زیرزمینی امری ضروری است. در این پژوهش به منظور شیوه‌سازی این انتقال در طبیعت، ابتدا یک آزمایش انتقال کروم در حضور ذرات کلوئیدی بنتونیت در محیط متخلخل اشباع طراحی و انجام شد. سپس مدل یک بعدی انتقال آلاینده در محیط متخلخل اشباع در حضور کلوئید توسعه داده شد تا تأثیر پارامترهای مهم بر انتقال آلاینده بررسی شوند. مهم‌ترین نتیجه این پژوهش تأثیر بستزای ذرات کلوئیدی بنتونیت در تسهیل انتقال کروم در طول ستون است.

این موضوع در بررسی پارامترهای نرخ رسوب کلوئید بر روی ذرات ماسه و نرخ جذب کروم بر روی ذرات کلوئیدی بنتونیت به اثبات رسید. همچنین افزایش ضریب پخش، سرعت جريان و تخلخل، موجب افزایش انتقال کروم در محیط متخلخل اشباع می‌شود.

نتایج این پژوهش نشان داد که بیشترین حساسیت مدل عددی روی پارامتر ضریب پخش است. در نتیجه در محیط‌های با حضور ذرات کلوئیدی، احتمال افزایش انتقال آلاینده به آب زیرزمینی بیشتر است و با مدل‌سازی می‌توان دریافت که با چه رویکردی می‌توان این انتقال را کاهش داد.



**Fig. 7.** The effect of the porosity parameter on the concentration ratio of the contaminant in pore volume  
شکل ۷- تأثیر پارامتر تخلخل در نسبت غلظت آلاینده در واحد حجم فضای خالی

سرعت جریان، باعث تقریباً ۳ برابر شدن انتقال کروم در ابتدای آزمایش و افزایش ۲۵ درصدی انتقال در انتهای آزمایش می‌شود. در نهایت نیز تأثیر دانه‌بندی محیط متخلخل در قالب پارامتر تخلخل در شکل ۷ بررسی شد. با توجه به اینکه اثر دانه‌بندی در واحد زمان تأثیر خود را به صورت قابل مشاهده نشان نمی‌دهد، در این قسمت از حجم فضای خالی برای محور طولی استفاده شد. نتایج این قسمت نشان داد با تخلخل بیشتر، مقدار آلاینده بیشتری در حجم فضای خالی کمتر، انتقال پیدا می‌کند. به عبارتی با افزایش تخلخل، فضای خالی بین ذرات افزایش پیدا می‌کند و مقدار بیشتری از آلاینده در زمان کمتری به انتهای ستون می‌رسد. این تأثیر دانه‌بندی و تخلخل در پژوهش‌های آزمایشگاهی اخیر نیز گزارش شده است (Li et al., 2019, He et al., 2019, Chen et al., 2018).

#### References

- Bekhit, H. M., El-Kordy, M. A. & Hassan, A. E. 2009. Contaminant transport in groundwater in the presence of colloids and bacteria: model development and verification. *Journal of Contaminant Hydrology*, 108(3-4), 152-167.
- Bekhit, H. M. & Hassan, A. E. 2005. Two-dimensional modeling of contaminant transport in porous media in the presence of colloids. *Advances in Water Resources*, 28(12), 1320-1335.
- Bradford, S. A. & Leij, F. J. 2018. Modeling the transport and retention of polydispersed colloidal suspensions in porous media. *Chemical Engineering Science*, 192, 972-980.
- Burri, N. M., Weatherl, R., Moeck, C. & Schirmer, M. 2019. A review of threats to groundwater quality in the anthropocene. *Science of the Total Environment*, 684, 136-154.



- Chen, C., Liu, K. & Shang, J. 2018. Effects of ionic strength, electrolyte type, pH, and flow rate on transport and retention of atmospheric deposition particles in saturated porous media. *Journal of Soils and Sediments*, 18(3), 1066-1075.
- Corapcioglu, M. Y. & Jiang, S. 1993. Colloid-facilitated groundwater contaminant transport. *Water Resources Research*, 29(7), 2215-2226.
- De Jonge, L. W., Kjærgaard, C. & Moldrup, P. 2004. Colloids and colloid-facilitated transport of contaminants in soils. *Vadose Zone Journal*, 3(2), 321-325.
- Energy, I. R. O. I. M. O. 2018. *Iran Water Statistical Yearbook*. (In Persian)
- He, J., Wang, D. & Zhou, D. 2019. Transport and retention of silver nanoparticles in soil: Effects of input concentration, particle size and surface coating. *Science of the Total Environment*, 648, 102-108.
- Hunter, R. J. 2001. *Foundations of Colloid Science*, Oxford University Press.
- Katzourakis, V. E. & Chrysikopoulos, C. V. 2014. Mathematical modeling of colloid and virus cotransport in porous media: application to experimental data. *Advances in Water Resources*, 68, 62-73.
- Kheirabadi, M., Niksokhan, M. H. & Omidvar, B. 2017. Colloid-associated groundwater contaminant transport in homogeneous saturated porous media: mathematical and numerical modeling. *Environmental Modeling and Assessment*, 22(1), 79-90.
- Li, X., Zhang, W., Qin, Y., Ma, T., Zhou, J. & Du, S. 2019. Fe-colloid cotransport through saturated porous media under different hydrochemical and hydrodynamic conditions. *Science of the Total Environment*, 647, 494-506.
- Malgaresi, G., Zhang, H., Chrysikopoulos, C. & Bedrikovetsky, P. 2019. Cotransport of suspended colloids and nanoparticles in porous media. *Transport in Porous Media*, 128(1), 153-177.
- McCarthy, J. F. & McKay, L. D. 2004. Colloid transport in the subsurface: past, present and future challenges. *Vadose Zone Journal*, 3(2), 326-337.
- Mills, W. B., Liu, S. & Fong, F. K. 1991. Literature review and model (COMET) for colloid/metals transport in porous media. *Groundwater*, 29(2), 199-208.
- Roy, S. B. & Dzombak, D. A. 1997. Chemical factors influencing colloid-facilitated transport of contaminants in porous media. *Environmental Science and Technology*, 31(3), 656-664.
- Saiers, J. E. 2002. Laboratory observations and mathematical modeling of colloid-facilitated contaminant transport in chemically heterogeneous systems. *Water Resources Research*, 38(4), 3-1-3-13.
- Saiers, J. E. & Hornberger, G. M. 1999. The influence of ionic strength on the facilitated transport of cesium by kaolinite colloids. *Water Resources Research*, 35(6), 1713-1727.
- Sen, T. K. & Khilar, K. C. 2006. Review on subsurface colloids and colloid-associated contaminant transport in saturated porous media. *Advances in Colloid and Interface Science*, 119(2-3), 71-96.
- Sen, T. K., Nalwaya, N. & Khilar, K. C. 2002. Colloid-associated contaminant transport in porous media: 2. Mathematical modeling. *AICHE Journal*, 48(10), 2375-2385.
- Sen, T. K., Shanbhag, S. & Khilar, K. C. 2004. Subsurface colloids in groundwater contamination: a mathematical model. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 232(1), 29-38.
- Šimůnek, J., He, C., Pang, L. & Bradford, S. A. 2006. Colloid-facilitated solute transport in variably saturated porous media: numerical model and experimental verification. *Vadose Zone Journal*, 5(3), 1035-1047.
- Speight, J. G. 2019. *Natural Water Remediation: Chemistry and Technology*, Butterworth-Heinemann.
- Valsala, R. & Govindarajan, S. K. 2019. Co-colloidal BTEX and microbial transport in a saturated porous system: numerical modeling and sensitivity analysis. *Transport in Porous Media*, 127(2), 269-294.

